Systems Simulation
Week 3

- EXCEL庫存管理模擬
- ARENA庫存管理模擬
- Terminating Simulation

I. Inventory Control

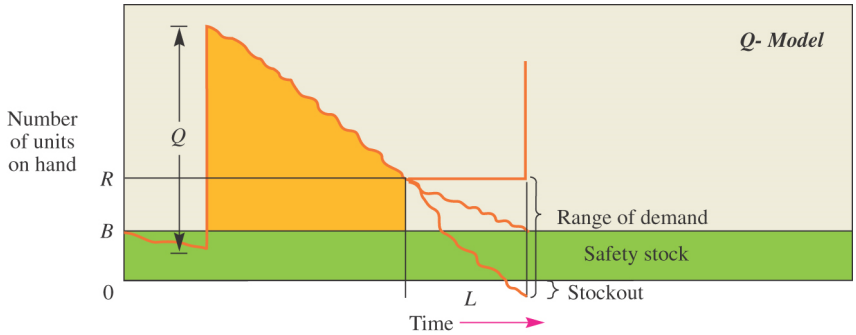
Question: 庫存補貨的時機與數量

Fixed Order Period
P model

Fixed Order Quantity
Q model

固定補貨量模式 Q model

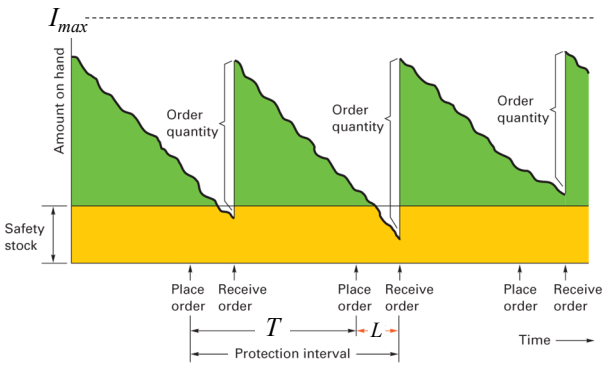
隨時監控庫存，當庫存量加上已訂購量降至訂貨點R，就發出固定數量Q的訂單，補貨需要一段時間L後才到達。



數學公式須假設需求沒有尖離峰起伏

固定補貨週期模式 P model

每隔固定的時間T檢查庫存，然後發出訂單將庫存量補足到庫存上限I_{max}，但是補貨需要一段時間L後才到達。



數學公式須假設需求沒有尖離峰起伏

固定週期管理的範例與公式

T= 1 week, 每週(第t週)結束時進行庫存管理

L= 2 weeks, 兩週後(第t+3週開始時)補貨可供使用

B(t): 第t週的期初庫存　D(t): 第t週的需求

S(t): 第t週的銷售量　E(t): 第t週的期末庫存

O(t): 第t週的訂貨量

- $B(t) = E(t\text{-}1) + O(t\text{-}3)$ 期初庫存=上週期末庫存+兩週前的訂單量
- $S(t)=\min(B(t), D(t))$ 銷售量不大於期初庫存或需求量
- $E(t)=B(t) - S(t)$ 期末庫存=期初庫存－銷售量
- $O(t) = \max(0, I_{max} - E(t) - O(t\text{-}1) - O(t\text{-}2))$

期末庫存　已訂而尚未送達的數量

試算表模擬庫存控管

Inventory.xlsx

H5　=MAX(H$2-(E5+F5+G5),0)

B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
						庫存上限	單位利潤	單位持有	單位缺貨	檢查成本	訂貨成本	
						400	$5	$1	$2	$30	$70	
期初庫存	顧客需求	銷售量	期末庫存	在途 1	在途 2	訂貨量	銷售利潤	持有成本	缺貨損失	檢查成本	訂貨成本	盈餘
400	**213**	213	187	0	0	213	$1,065	$293.50	$0	$30	$70	$672
187	**179**	179	8	213	0	179	$895	$310.50	$0	$30	$70	$485
8	**182**	8	0	179	213	8	$40	$396.00	$348	$30	$70	($804)
213	**177**	177	36	8	179	177	$885	$311.50	$0	$30	$70	$474
215	**282**	215	0	177	8	215	$1,075	$292.50	$134	$30	$70	$549
8	**218**	8	0	215	177	8	$40	$396.00	$420	$30	$70	($876)
177	**255**	177	0	8	215	177	$885	$311.50	$156	$30	$70	$318
146	**267**	146	0	134	120	146	$730	$327.00	$242	$30	$70	$61
120	**201**	120	0	146	134	120	$600	$340.00	$162	$30	$70	($2)
134	**176**	134	0	120	146	134	$670	$333.00	$84	$30	$70	$153
146	**161**	146	0	134	120	146	$730	$327.00	$30	$30	$70	$273
120	**128**	120	0	146	134	120	$600	$340.00	$16	$30	$70	$144
148.46	183.23	129.48	18.98				$647.40	$335.26	$107.50			$104.6

請以10為單位調整庫存上限，使每週的平均盈餘超過$200。

II.選擇補貨系統

- Option Replenishment System
  綜合P model與Q model特性的補貨模式，管理者定期檢查庫存，當檢查時發現庫存量加已訂購量降至訂貨點以下，將發出訂單以補足庫存，否則留待下期檢查再做決定。
  - 可控制參數：檢查週期、訂貨點、庫存上限。
  - 影響的系統狀態：補貨次數、庫存量、缺貨數量
  - 相關成本為：檢查成本、補貨的作業成本、缺貨成本、庫存持有成本。
  - 目標：以最低成本滿足大多數的需求

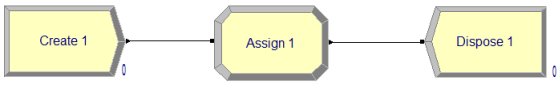
初步的模擬設計

- 兩個平行的流程，一個模擬隨時都會發生的內部需求，另一個按照固定週期檢查與補充庫存。
- 兩種entity，內部顧客需求在第一個流程裡移動，庫存管理工作在第二個流程裡盤點並補充庫存。
- Attribute是entity的共同屬性，內容是各個entity的資料。demand為顧客的需求量，order size為庫存盤點後的訂單量
- Variable描述系統狀態，任何entity在同一時間會讀取到相同數值。inventory是現有庫存量，total usage是累計使用量，total shortage是累計缺貨量，order count是累計補貨次數

warning: 想清楚到底是attribute?還是variable?

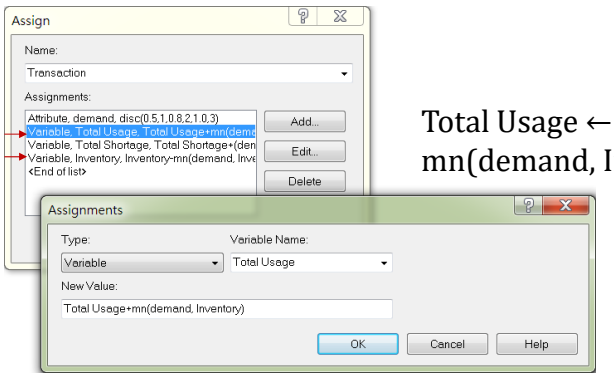
顧客需求的流程模組

- 內部的需求隨機到達，
  平均一小時發生一次。



- Assign模組可設定、記錄、修改attribute, variable
- 確定需求量、更新庫存量、累計使用量與缺貨量
- 缺貨時改向外部緊急採購，不等待補貨，有缺貨成本

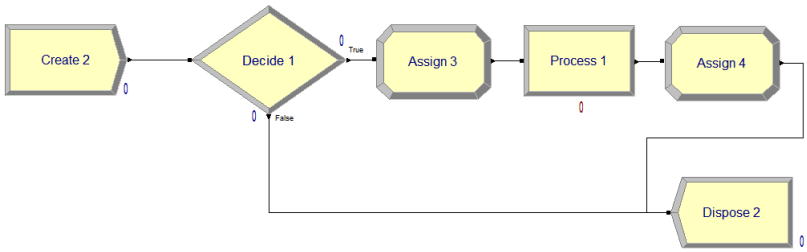
Assign模組紀錄與更新數值



Total Usage ← Total Usage + mn(demand, Inventory)

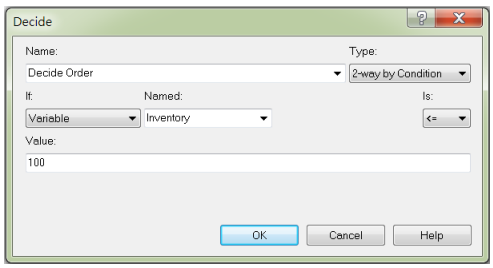
- Type: Attribute or Variable
- demand=disc(0.5,1, 0.8,2, 1.0,3)
- 最後執行：Inventory ← Inventory – mn(demand, Inventory)

庫存管理者的流程



- Create模組：到達時間間隔改為Constant，數值為7 days
- Decide模組：依照系統狀態決定是否訂貨
- Assign模組：分別更新訂貨與庫存紀錄
- Process模組：模擬交貨所需時間

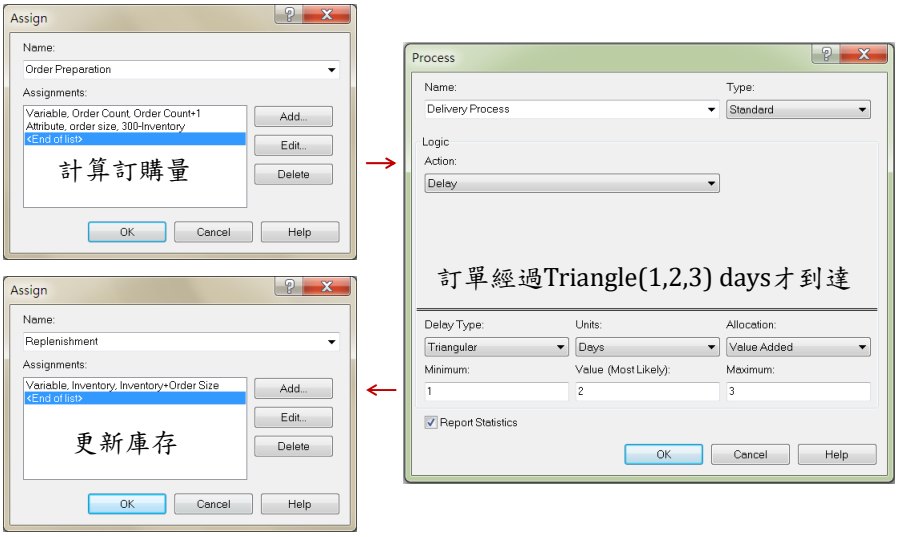
Decide模組根據邏輯條件分流



- Type: 2-way by Condition
- 庫存降至訂貨點或更低：Inventory <= 100
- 條件成立，選擇True出口，否則選擇False出口

管理週期大於交貨時間，決策時不需考量是否有在途訂單

訂單補貨過程



Attribute vs. Variable

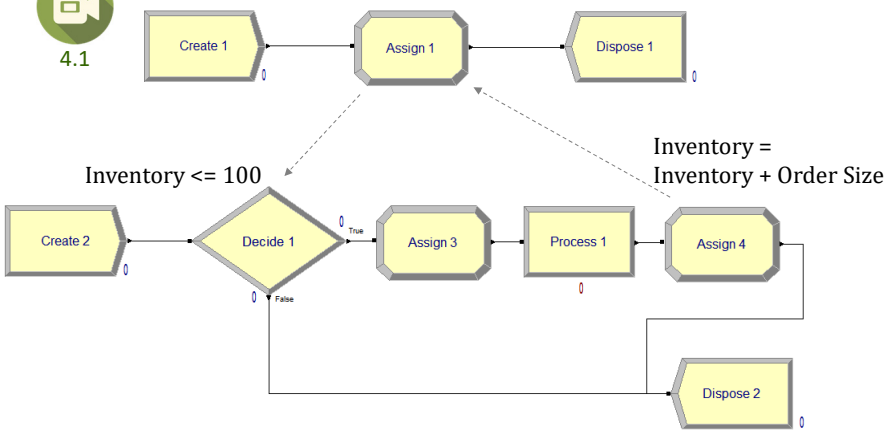
- Attribute是entity的共同屬性，內容是各個entity的資料。好比每張身分證都有相同欄位，但是欄位的記載內容不同。例如demand是每個顧客的需求量，order size是每次補貨的數量。
- Variable是記錄整個系統的狀態，任何entity都會讀取到相同數值。例如inventory是物品庫存量，是庫存運作必要的資料。
- 將inventory誤設為attribute，可能使不同顧客讀取到不同的庫存量，好比乘客上網看到完全不同的售票狀況。
- 將order size誤設為variable，會使先前的訂單量被後續的訂單更改，好比你網購的訂單內容被下一個下單的顧客更改。

兩個流程的隱形連結

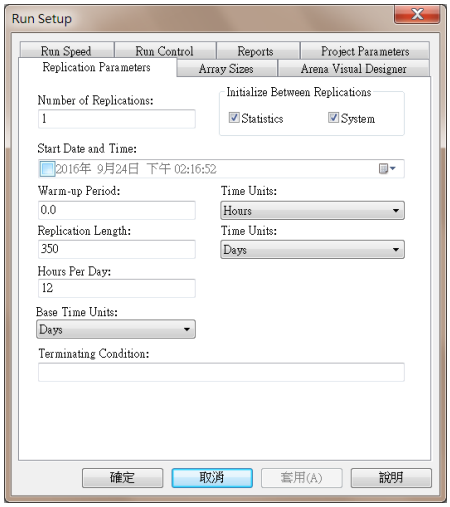
Example 4-1.doe

4.1

Inventory=Inventory – mn(demand, inventory)



正確但無助益的模擬結果



Example 4-1.doe

	Total time	WIP
Customer	0	0
Reviewer	0.9786	0.1398

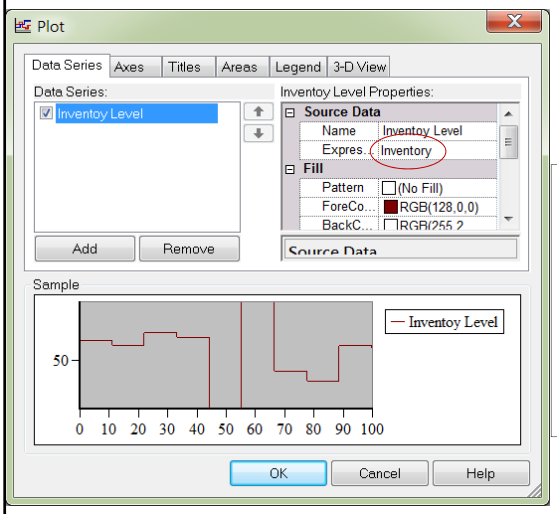
Q: 模擬之目的為何？

建立能支援決策的模擬模式

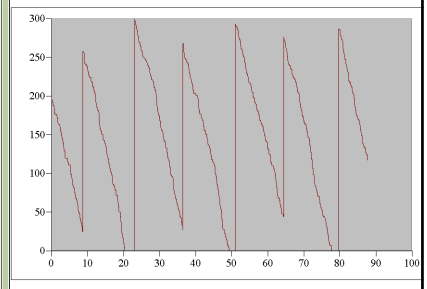
為了解庫存變化並建立改善的依據：

- 將檢查週期(period)、訂貨點(reorder point)、庫存上限(limit)設為variables。
- 加入動畫顯示庫存量變化
- 使用Statistics模組定義各種績效值與成本。

折線圖顯示庫存量的變化



Line > DrawMode > Stairs



常見的績效類型與計算方式

- Time-persistent variable: 隨時間而改變的數值，如庫存或排隊人數，Arena稱為discrete change variable。 溫度?
- 常見的績效是數值在一段時間內的平均值，如二月份平均庫存，稱為time-based average。
- 計算平均值時是計算總面積，再除以觀察的時間長度。令N(t)為時間t時的排隊人數，則[0, T]之間的平均值可以表成

$$\frac{\int_0^T N(t)dt}{T}$$

- 離散變數呈現階梯式的變化，很容易計算面積與平均高度

常見的績效類型與計算方式

- Tally variable: 同類型的觀察值，如各月份的營業額。
- 計算平均值是將觀察值的總和除以觀察數，如先後到達顧客之平均等候時間，又稱為observation-based average。設$x_1, x_2, \ldots, x_n$是同類型的數值，平均值是：

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

- Counter: 計數器，累計事件發生的次數，如商品缺貨的次數，也可以用來計算事件發生的比例，如缺貨率。

Statistics模組與Time Persistent變數

Statistic - Advanced Process

	Name	Type	Expression	Collection Period	Report Label
1	On Hand Inventory	Time-Persistent	Inventory	Entire Replication	On Hand Inventory

Type: Time-Persistent

Expression: Inventory

Arena會追蹤庫存變化並計算平均庫存量=DAVG(Inventory)

Statistic - Advanced Process

	Name	Type	Expression	Collection Period	Report Label	Output File
1	inventory cost	Time-Persistent	Inventory*0.02	Entire Replication	inventory cost	

Double-click here to add a new row.

Expression: Inventory*0.02

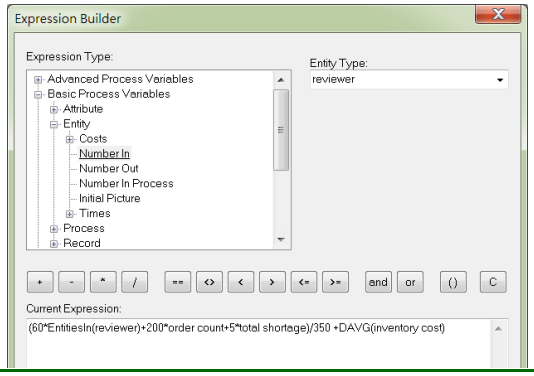
Arena會追蹤庫存成本變化並計算平均庫存成本

Output設定在模擬結束時計算績效值

Statistic - Advanced Process

	Name	Type	Expression	Collection Period	Report Label
1	inventory cost	Time-Persistent	Inventory*0.02	Entire Replication	inventory cost
2	daily cost	Output	(60*EntitiesIn(reviewer)+200*order count+5*total shortage)/350 +DAVG(inventory cost)	Entire Replication	daily cost
3	total usage count	Output	Total Usage	Entire Replication	total usage count
4	total shortage count	Output	Total Shortage	Entire Replication	total shortage count
5	total order count	Output	Order count	Entire Replication	total order count

Double-click here to add a new row.



4.2

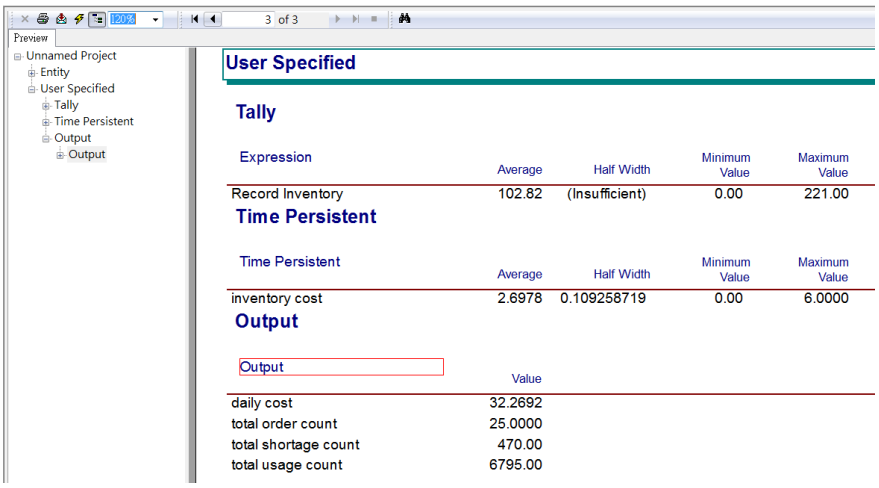
Type: Output

單日全部成本=檢查成本+補貨成本+缺貨成本+持有成本

=(60*EntitiesIn(reviewer) + 200*order count + 5*total shortage)/350 + DAVG(Inventory Cost)

單次350天的模擬結果

Example 4-2.doe



III. 模擬的運作型態

Terminating simulation：有既定的起始與結束的條件，但是運作時間長度未必固定，也不一定是週期性的運作。

- 捷運從清晨六點到半夜十二點的營運週期。
- 專案或戰鬥模擬有既定的結束條件，但沒有既定的時刻。

Steady state simulation：系統連續長時間的運作，沒有週期或結束條件。

- 生產線即使夜晚停工，在製品仍然留在線上，第二天早上開工時，從昨天下班時的狀態繼續運作。
- 港口的船舶進出管制

Terminating vs. Steady State

- 生產線物料搬運系統的效能
- 生產線處理現有70張訂單的派工與排程

- 醫院的看診與領藥作業
- 醫院的藥材庫存管理

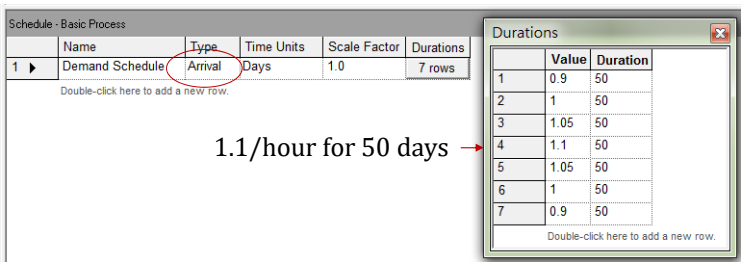
兩種模擬型態需要不同設定與不同的分析方式。

Schedule模組設定尖離峰的需求

設需求以年為周期，有尖離峰變化，則可視為Terminating Simulation

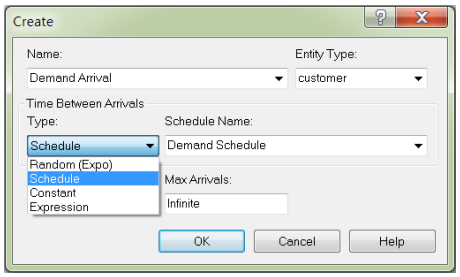
時間 (days)	1-50	51-100	101-150	151-200	201-250	251-300	301-350
每小時到達數 (arrivals/hour)	0.9	1.0	1.05	1.1	1.05	1.0	0.9

Schedule資料模組 Type: Arrival



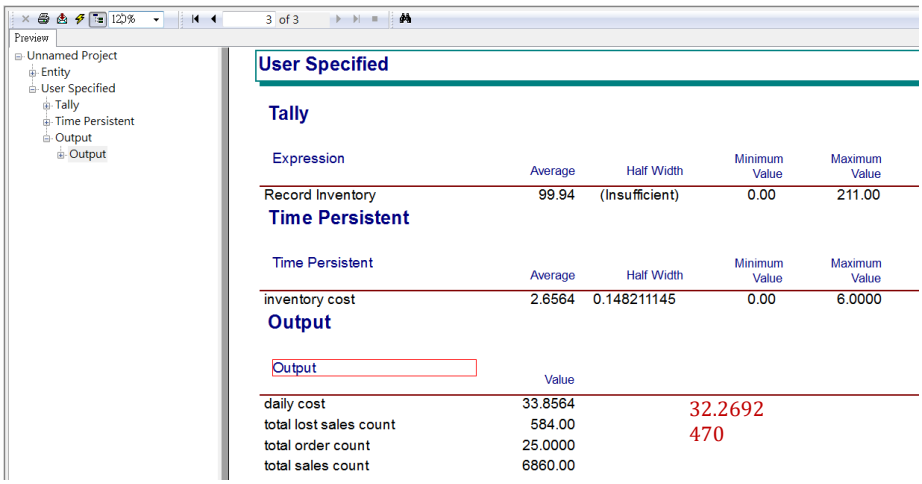
尖離峰的需求到達時間間隔

- 配合Demand Schedule的設定而調整

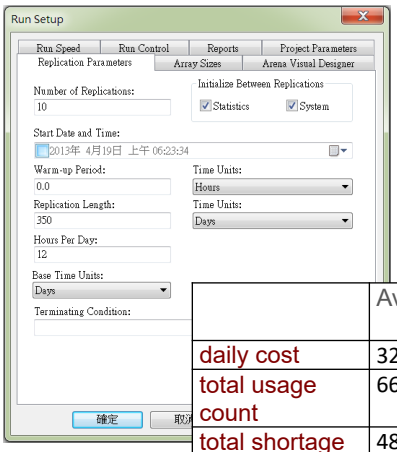


尖離峰變化對績效的影響

Example 4-3.doe (1 replication)



可信賴區間與績效比較



Terminating simulation
⇒ IID observations
⇒ 95% confidence intervals

10次replications績效值的最小與最大值

	Average	Half-width	Min. Average	Max. Average
daily cost	32.4058	0.93	29.9170	33.8564
total usage count	6699.3	73.91	6474	6860
total shortage count	480.50	65.86	306	584

降低可信賴區間半寬

n replications

$$h_1 = t_{n-1,\propto/2}\frac{s_n}{\sqrt{n}}$$

$2n$ replications

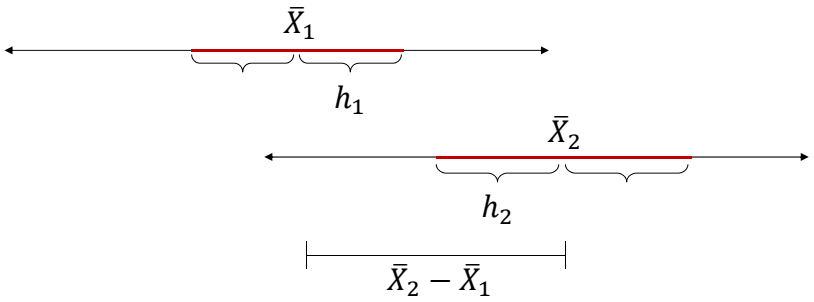
$$h_2 = t_{2n-1,\propto/2}\frac{s_{2n}}{\sqrt{2n}}$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.707$$

希望將半寬由h_1降至h ⇒ 所需的replications $\cong n\left(\frac{h_1}{h}\right)^2$

簡易判斷差距是否顯著

ARENA分別模擬兩個系統並計算可信賴區間



樣本平均值的差距$\bar{D} = \bar{x}_2 - \bar{x}_1$大於半寬的和$h_1+h_2 \Rightarrow$ 顯著差異

降低模擬誤差以獲得有效結論

20 replications

Example 4-2.doe 無尖離峰變化

	Average	Half-width
daily cost	31.8001	0.43
total usage count	6686.75	37.15
total shortage count	438.40	30.56

Example 4-3.doe 有尖離峰變化

	Average	Half-width
daily cost	32.4286	0.50
total usage count	6672.45	43.77
total shortage count	481.10	35.36

100 replications

無尖離峰變化	Average	Half-width	有尖離峰需求	Average	Half-width
daily cost	31.9454	0.21	daily cost	32.4341	0.22
total usage count	6687.66	15.06	total usage count	6677.56	18.10
total shortage count	450.04	14.88	total shortage count	482.07	15.73

Caution: 使用者應該思考是否有流程差異或合適理由足以解釋績效的差距。有可能沒有顯著差距或是差距小至沒有實質意義。