適應性控制 (Adaptive control)

- 1. 前言
- 2. 自我調適控制器
- 3. 模式參考適應控制器
- 4. 自我調整控制器與模式參考適應控制器之比較與設計步驟
- 5. 設計範例-1 馬達與肘節機構系統
- 6. 設計範例-2 一階系統

1. 前言 1/2

一般傳統控制器的設計，是受控系統的轉移函數或狀態方程式已知的情況下，針對某些特定的工作規格而設計，例如我們熟知的相位領先(phase lead)、相位落後(phase lag)或狀態迴授(state feedback)等控制器。這種設計的結果，控制器參數在系統控制的過程中將維持固定，不隨著時間的改變而變化。然而，固定控制器參數的設計理念，在任何因內部或外在環境的變動而引起系統參數變化時，均可能損失原設計的工作性能，甚至造成閉迴路不穩定。而造成系統參數改變或不確定的主要原因有以下兩種：

1. 前言 2/2

1. 因為受控系統本身過於複雜，使得我們對於系統的特性無法完全掌握，所得到的系統數學模式(轉移函數或狀態方程式)不夠準確，以至於用來設計控制器的系統參數與實際的系統參數產生誤差；好比一般的化工程序控制系統就是因為系統本身的複雜性與不確定性，使得我們無法正確地求出系統模式的參數值。
2. 因為系統工作環境的變化，如溫度、壓力或負載的變化，而造成系統參數不斷的改變；例如飛機飛行中，隨著高度、溫度變化，飛行控制器需不斷改變控制參數而能穩定地飛行。因此，若不隨時修正控制參數或控制結構，則面臨任何因內部或外在環境的變動而引起參數變化時，這些事先規畫好的固定式控制器將可能無法達成預定的工作目標。

1. 適應性控制的設計目的:

希望面對系統參數的變動或不確定時，可藉由控制參數的自動調整，使系統仍能繼續保辭良好的工作性能。

2. 適應性控制器基本設計架構:

a. 自我調適控制器

(self - tuning controller)

b. 模式參考適應控制器

(model reference adaptive controller)

2. 自我調適控制器

考慮一系統之狀態方程式為:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{AX(t)} + \mathbf{Bu(t)}$$

令狀態回授控制器為

$$\mathbf{u(t)} = -\mathbf{KX(t)}$$

設計目的要使控制器參數K滿足

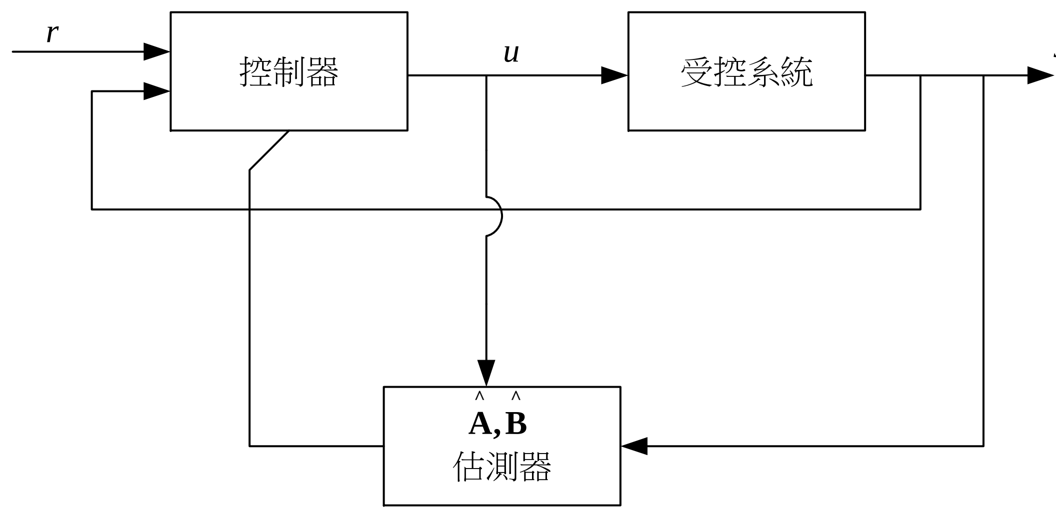
$$\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{BK}) = \alpha_c(s)$$

其中，$\alpha_c(s)$代表希望的閉回路特性方程式。 若系統中的**A**與**B**為未知參數時，必須設計一個系統參數估測器來估測系統的未知參數，並隨時提供估測的參數給控制器，用來計算求解控制參數。這一種結合控制器與參數估測器的控制架構，就稱為自我調適控制器。

假設估測器在某一時刻提供A和B矩陣估測值為 $\hat{\mathbf{A}}$和$\hat{\mathbf{B}}$, 計算機可根據

$$\det(s\mathbf{I}-\hat{\mathbf{A}}+\hat{\mathbf{B}}\mathbf{K})=\alpha_c(s)$$

計算求得控制參數K ，然後輸出控制訊號 *u(t)* ，驅動系統產生新的輸出 *y(t)*。隨著系統 *u(t)* 和 *y(t)*的不斷改變，估測器亦不斷調整估測值，時得控制器能調整控制參數K ，以達到最佳控制性能。



自我調適控制器示意圖

3. 模式參考適應控制器

基本觀念:

模式參考控制的基本觀念，是將控制系統的閉回路性能，全部規劃在特定的參考模式(reference model)下，以反映特定的閉回路穩定度、暫態規格、安定時間、與穩態規格等。整個閉迴路控制系統的設計，就是要去匹配事先規劃好的參考模式，以達到預定的工作性能。

考慮一受控系統為下列的一階轉移函數

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_p}{s + a_p} = G(s)$$

其中$Y(s)$為受控系統輸出的拉式轉換，$U(s)$為受控系統輸入的拉式轉換。

設定匹配之參考模式為

$$\frac{Y_m(s)}{R(s)} = \frac{b_m}{s + a_m} = M(s)$$

其中$Y_m(s)$為參考模式輸出的拉式轉換，$R(s)$為參考模式輸入的拉式轉換。

假設一簡單閉迴路控制器為

$$U(s) = c_r R(s) + c_y Y(s)$$

將回授控制器*U(s)*代回原受控系統，可以得到其閉迴路轉移函數為

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{b_p c_r}{s+a_p-b_p c_y}$$

若將控制器參數設計為

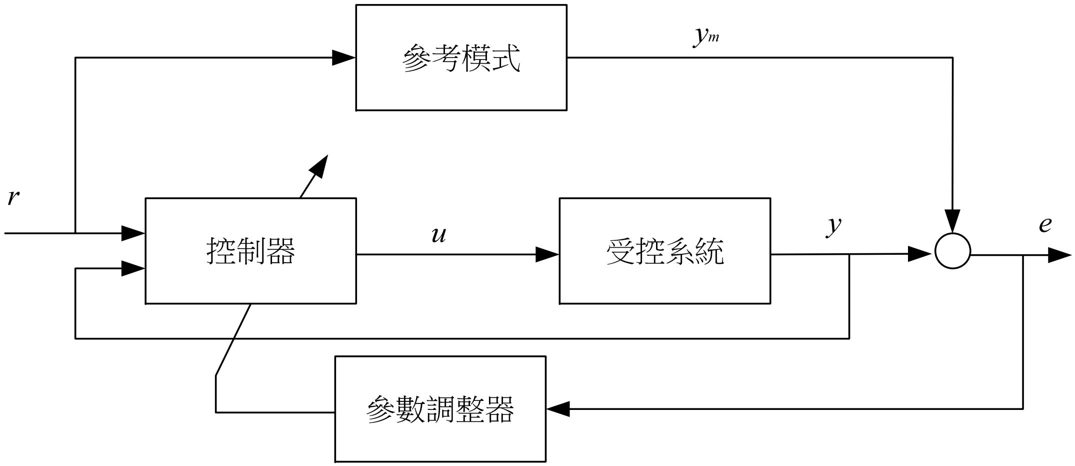
$$c_r=\frac{b_m}{b_p} \qquad c_y=\frac{a_p-a_m}{b_p}$$

則可以得到 $\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{b_m}{s+a_m}=M(s)$

控制增益c_r, c_y的選擇與系統參數a_p, b_p有密切的關係，若系統參數在設計前是未知參數時，控制增益的選擇同樣成了問題。模式參考適應控制器與自我調適控制器不同之處，是此時的參數估測器不是估測系統參數，而是直接用來估測控制參數。

模式參考控制器組成元件

1. 受控系統
2. 參考模式: 規劃系統閉迴路性能，以達到理想輸出響應元件。
3. 控制器: 具有可調參數。(adjustable parameter)的回授控制元件。
4. 參數調整器: 參數調整器設計，是根據系統輸出與參考模式輸出之間的追蹤誤差來調整控制參數，使系統參數即使在未知情況下，仍能使誤差收斂到零。



模式參考適應控制示意圖

4. 自我調整控制器與模式參考適應控制器之比較與設計步驟

a. 自我調整控制器: 先估測系統的未知參數，在用估測值計算控制參數，所以又稱間接適應控制(indirect adaptive control) 。

優點: 可結合不同形式的控制器與參數估測器，設計上較為靈活。

缺點: 自我調適控制器系統的穩定度與參數收斂性(估測參數收斂到真實參數)不容易被保證。

b. 模式參考適應控制: 直接估測或調整控制參數，不必經過系統參數轉換，所以又稱為直接適應控制(direct adaptive control) 。

一個適應控制設計可分為三個主要步驟:

(1) 選擇一適當的控制器，此控制器參數是可調整的

(2) 選擇適當的參數估測器或參數調整器來調整控制參數

(3) 分析整個適應控制系統的穩定度，與估測參數或追蹤誤差的收斂性。

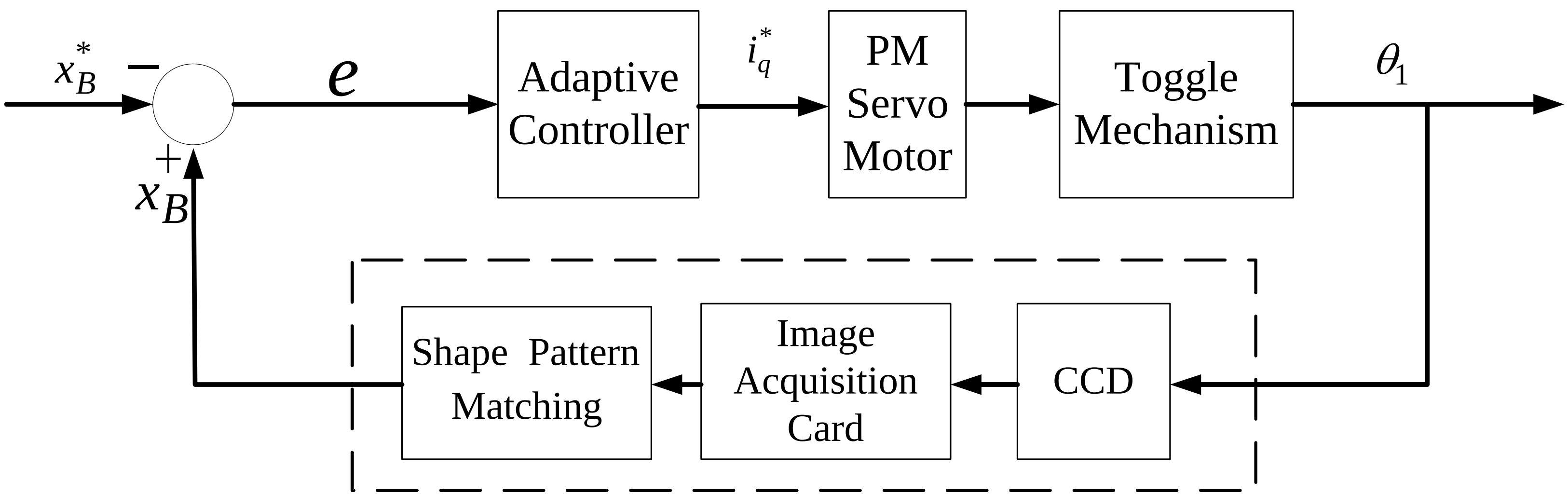
a. 自我調整控制器: 前兩步驟可經由選擇目前可用的控制器或參數估測器，結合使用即可，但其困難是將穩定度及收斂性的分析證明。

b. 模式參考適應控制:可以採用一個適當的Lyapunov函數來作此三步驟設計與分析

5. 設計範例-1 馬達與肘節機構系統

馬達與肘節機構系統適應性控制方塊圖如下圖所示:

其中，x_B^* 為滑塊B目標位置，x_B 為系統迴授滑塊B位置，θ_1 為實驗量測之狀態變數。



Machine Vision System

肘節機構動態方程式為

$$\hat{M}(v)\ddot{v}+\hat{N}(v,\dot{v})=\hat{Q}U+\hat{D}.$$

將前式分解為一個二階非線性單輸入（SISO）方程式如下所示

$$U(t)=f(\mathbf{X};t)\ddot{v}(t)+G(\mathbf{X};t)-d(t), \qquad (1)$$

其中 $f(\mathbf{X};t)=\hat{Q}^{-1}\hat{M}$ $G(\mathbf{X};t)=\hat{Q}^{-1}\hat{N}$ $d(t)=\hat{Q}^{-1}\hat{D},$ $\hat{D}=m_B\hat{D}_1+F_E\hat{D}_2,$

$$\hat{M}=\hat{M}_1+m_B\hat{M}_2,\ \hat{N}=\hat{N}_1+m_B\hat{N}_2,\ \dot{\hat{M}}=\dot{\hat{M}}_1+m_B\dot{\hat{M}}_2.$$

$U(t)$為控制輸入電流 i_q^* ，假設滑塊B質量與外力F_E未知，根據這些不確定量(uncertainties），可以設計一適應性控制法則使馬達-機構系統達到穩定。

首先需選擇一個包括追蹤誤差及參數誤差的Lyapunov 函數

$$V=\frac{1}{2}s^T f(X;t)s+\frac{1}{2}\tilde{\varphi}^T\Gamma^{-1}\tilde{\varphi}, \qquad (2)$$

其中 $s=\lambda_e e+\dot{e},\ \ e=x_B-x_B^*,\quad \Gamma=\begin{bmatrix}\gamma_1 & 0\\ 0 & \gamma_2\end{bmatrix},\qquad \tilde{\varphi}=\varphi-\hat{\varphi},\ \ \varphi=\begin{bmatrix}m_B\\ F_E\end{bmatrix},\ \ \hat{\varphi}=\begin{bmatrix}\hat{m}_B\\ \hat{F}_E\end{bmatrix},$

λ_e,γ_1及 γ_2為正的純量常數，而輔助訊號 s 可視為處理過的追蹤誤差。

將方程式(2)對時間做一次微分得

$$\dot{V}=s^T f(X;t)\dot{s}+\frac{1}{2}s^T\dot{\hat{Q}}^{-1}\hat{M}s+\frac{1}{2}s^T\hat{Q}^{-1}\dot{\hat{M}}s+\tilde{\varphi}^T\Gamma^{-1}\dot{\tilde{\varphi}},\ (3)$$

利用方程式（1）將上式的變數 $\dot{s}$ 代換成

$$\begin{aligned} f(X;t)\dot{s} &= f(X;t)(\lambda_e\dot{e}-\ddot{x}_B^*+\ddot{x}_B)\\ &= f(X;t)(\lambda_e\dot{e}-\ddot{x}_B^*)+f(X;t)\ddot{x}_B \\ &= Y(\bullet)+Z(\bullet)\varphi-2r_1\sin\theta_1 U, \end{aligned}\qquad (4)$$

其中

$$Y(\bullet)=\hat{Q}^{-1}\hat{M}_1(\lambda_e\dot{e}-\ddot{x}_B^*)-\hat{Q}^{-1}\hat{M}_1 2r_1\cos\theta_1\dot{\theta}_1^2+\hat{Q}^{-1}\hat{N}_1 2r_1\sin\theta_1,$$

$$Z(\bullet)=\begin{bmatrix}\hat{Q}^{-1}(\lambda_e\dot{e}-\ddot{x}_B^*)\hat{M}_2-\hat{Q}^{-1}\hat{M}_2 2r_1\cos\theta_1\dot{\theta}_1^2+\hat{Q}^{-1}\hat{N}_2 2r_1\sin\theta_1-\hat{Q}^{-1}\hat{D}_1 2r_1\sin\theta_1\\ -\hat{Q}^{-1}\hat{D}_2 2r_1\sin\theta_1\end{bmatrix}^T,$$

將方程式(4)代入方程式(3)可得

$$\begin{aligned}\dot{V} &= s^T(Y(\bullet)+Z(\bullet)\varphi-2r_1\sin\theta_1 U)+\frac{1}{2}s^T\dot{\hat{Q}}^{-1}\hat{M}s+\frac{1}{2}s^T\hat{Q}^{-1}\dot{\hat{M}}s+\tilde{\varphi}^T\Gamma^{-1}\dot{\tilde{\varphi}} \\ &\equiv s^T(Y'(\bullet)+Z'(\bullet)\varphi-2r_1\sin\theta_1 U)+\tilde{\varphi}^T\Gamma^{-1}\dot{\tilde{\varphi}},\end{aligned} \tag{5}$$

其中

$$Y'(\bullet)=\hat{Q}^{-1}\hat{M}_1(\lambda_e\dot{e}-\ddot{x}_B^*)-\hat{Q}^{-1}\hat{M}_1 2r_1\cos\theta_1\dot{\theta}_1^2+\hat{Q}^{-1}\hat{N}_1 2r_1\sin\theta_1+\frac{1}{2}\dot{\hat{Q}}^{-1}\hat{M}_1 s+\frac{1}{2}\hat{Q}^{-1}\dot{\hat{M}}_1 s,$$

$$Z'(\bullet)=\begin{bmatrix}\hat{Q}^{-1}(\lambda_e\dot{e}-\ddot{x}_B^*)\hat{M}_2-\hat{Q}^{-1}\hat{M}_2 2r_1\cos\theta_1\dot{\theta}_1^2+\hat{Q}^{-1}\hat{N}_2 2r_1\sin\theta_1-\hat{Q}^{-1}\hat{D}_1 2r_1\sin\theta_1 \\ +\frac{1}{2}\dot{\hat{Q}}^{-1}\hat{M}_2 s+\frac{1}{2}\hat{Q}^{-1}\dot{\hat{M}}_2 s \\ -\hat{Q}^{-1}\hat{D}_2 2r_1\sin\theta_1\end{bmatrix}^T.$$

假設適應控制的控制律選擇如下

$$U = \frac{1}{2r_1 \sin\theta_1}(Y'(\bullet) + Z'(\bullet)\hat{\varphi} + K_V s), \tag{6}$$

其中 K_V 為正的常數，則方程式(5)就變成

$$\dot{V} = -s^T K_V s + \tilde{\varphi}^T (\Gamma^{-1}\dot{\tilde{\varphi}} + Z'(\bullet)^T s) \tag{7}$$

因此可選擇適應性控制更新法則（adaptive update rule）為

$$\dot{\tilde{\varphi}} = -\dot{\hat{\varphi}} = -\Gamma Z'(\bullet)^T s \tag{8}$$

將方程式(8)代入方程式（7）可得

$$\dot{V} = -s^T K_V s \le 0. \tag{9}$$

6. 設計範例-2 一階系統

考慮一階系統如下:

$$\dot{y}(t) = y(t) + 3u(t)$$

其中$y(t)$為系統輸入，$u(t)$為系統輸出

其參考模式選擇為:

$$\dot{y}_m(t) = -4y_m(t) + 4r(t)$$

其中$y_m(t)$為參考模式輸入，$r(t)$為參考模式輸出

選擇回授控制器如下:

$$u(t) = \hat{c}_r(t)r(t) + \hat{c}_y(t)y(t)$$

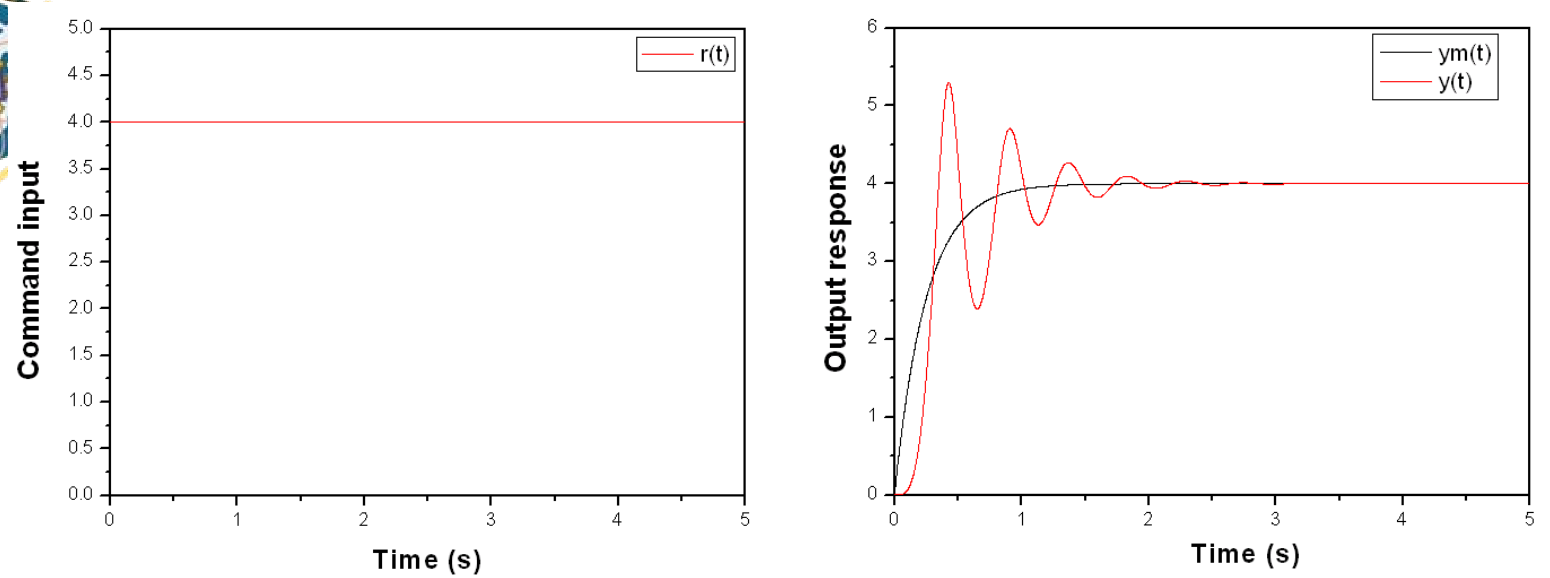
令追蹤誤差為

$$e(t) = y(t) - y_m(t)$$

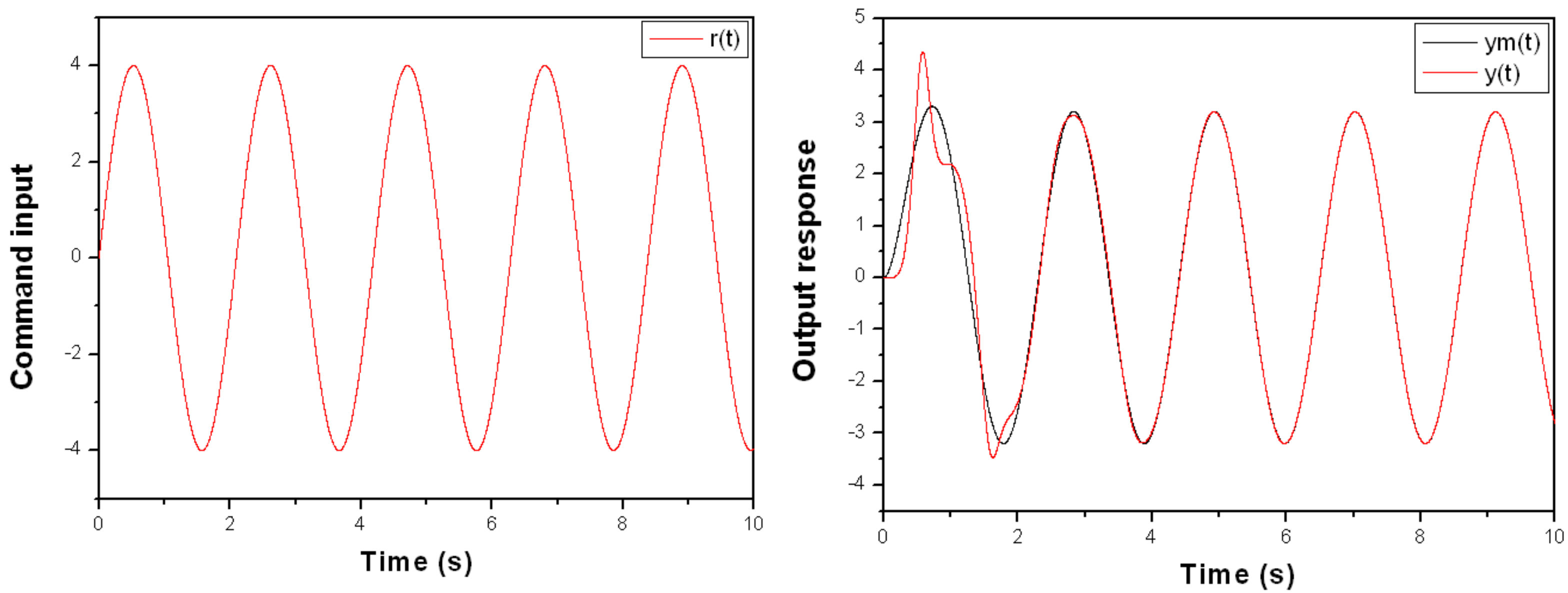
則選擇參數調整器如下:

$$\dot{\hat{c}}_r(t) = -ke(t)r(t)$$

$$\dot{\hat{c}}_y(t) = -ke(t)y(t)$$



r(t)=4時，其系統輸出與參考模式輸出比較



r(t)=4sin3t時，其系統輸出與參考模式輸出比較

Design Block Diagram

Step1

Express the system in the state-space form

Step2

Given the mode reference

Step3

Set the control law

Step4

Write down the tracking error equation

Step5

Choose a Lyapunov function

Step6

Obtain the adaptive laws

報告完畢

強健控制之適應控制

作者：簡江儒

簡介

大部分的控制系統動態模式中，都有一些**參數未知或改變的不確定性(uncertainty)**，這一類不確定性，傳統上控制器會造成控制系統工作性能的不穩定。

基本上，適應控制是藉由**控制參數的自動調整**，來克服系統參數未知與改變的困擾。

適應性控制器設計(1/6)

我們先考慮一個**線性狀態方程式**，如下

$$\dot{y}(t) = -a_p y(t) + b_p u(t) \tag{19.11}$$

其中 $y(t)$ 為系統輸出， $u(t)$ 為系統輸入與 a_p, b_p 分別是未知的系統參數

我們選擇參考適應控制結構去設計，故我們採用的**參考模式**如下

$$\dot{y}_m(t) = -a_m y_m(t) + b_m r(t) \tag{19.12}$$

其中 $y_m(t)$ 為參考模式輸出, $r(t)$ 為參考輸入與 a_m, b_m 分別是參考模式的系統參數

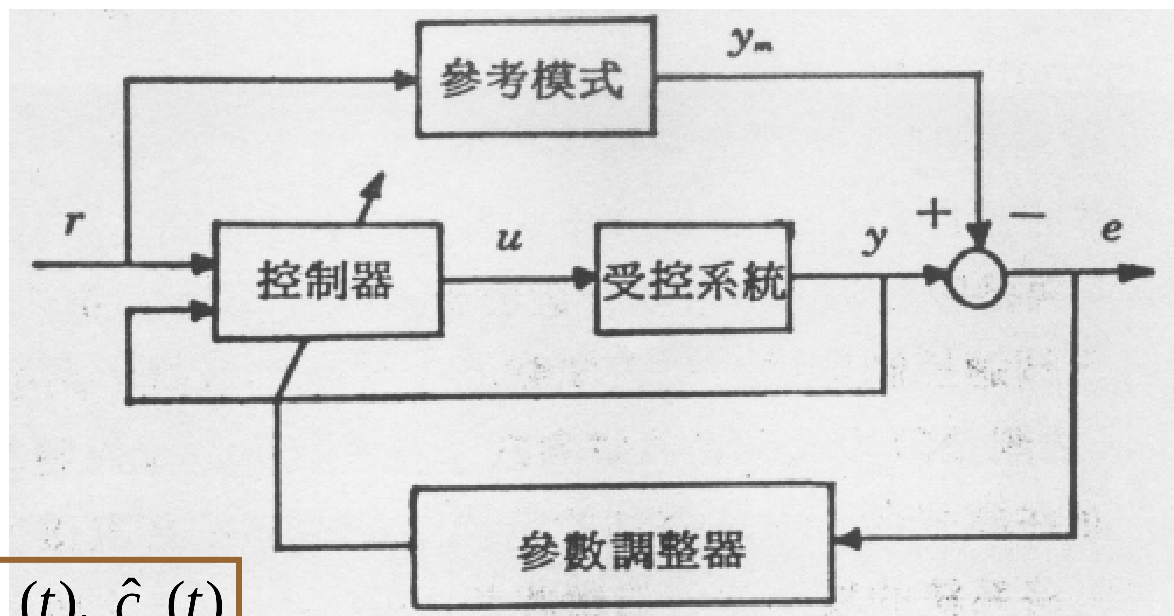
適應性控制器設計(2/6)

我們挑選的控制器形式如下

$$u(t) = \hat{c}_r(t)r(t) + \hat{c}_y(t)y(t) \tag{19.13}$$

其中 $\hat{c}_r(t),\ \hat{c}_y(t)$ 為可以調整的控制器增益。

因此，基本設計理念之控制方塊圖，如Fig. 1



$\hat{c}_r(t),\ \hat{c}_y(t)$

Fig. 1 控制方塊圖

適應性控制器設計(3/6)

我們利用Eq. (19.11)與Eq. (19.13),我們可以獲得整個閉迴路系統方程式為

$$\begin{aligned}\dot{y}(t) &= -a_p y(t) + b_p \boxed{u(t)} \\ &= -a_p y(t) + b_p \left[\hat{c}_r(t) r(t) + \hat{c}_y(t) y(t) \right] \\ &= -(a_p - \hat{c}_y(t) b_p) y(t) + \hat{c}_r(t) b_p r(t)\end{aligned} \tag{19.14}$$

接下來,我們定一個追蹤誤差為

$$e(t) = y(t) - y_m(t) \tag{19.17}$$

我們令 $\phi_r(t)$, $\phi_y(t)$ 代表, 估測的控制參數

$\hat{c}_r(t)$, $\hat{c}_y(t)$ 與理想的控制參數 c_r^*, c_y^* 的差值, 亦即

$$\begin{aligned}\phi_r(t) &= \hat{c}_r(t) - c_r^* \\ \phi_y(t) &= \hat{c}_y(t) - c_y^*\end{aligned} \tag{19.20}$$

適應性控制器設計(4/6)

則追蹤誤差的動態方程式, 可以由Eq. (19.14)與Eq. (19.12)求得

$$
\begin{aligned}
\dot{e}(t) &= \dot{y}(t) - \dot{y}_m(t) \\
&= \left[-(a_p - \hat{c}_y(t) b_p) y(t) + \hat{c}_r(t) b_p r(t) \right] - \left[-a_m y_m(t) + b_m r(t) \right] \\
&= -a_m \left[y(t) - y_m(t) \right] + (a_m - a_p + b_p \hat{c}_y(t)) y(t) + \left[b_p \hat{c}_r(t) - b_m \right] r(t) \\
&= -a_m e(t) + b_p \left[\phi_r(t) r(t) + \phi_y(t) y(t) \right]
\end{aligned}
\tag{19.21}
$$

然後, 挑選一個**Lyapunov**函數為

$$
V = \frac{1}{2} e^2(t) + \frac{1}{2k} |b_p| \left[\phi_r^2(t) + \phi_y^2(t) \right] \tag{19.22}
$$

然後對Lyapunov函數作微分, 可得

$$
\dot{V} = e(t)\dot{e}(t) + \frac{1}{k} |b_p| \left[\phi_r(t) \dot{\phi}_r(t) + \phi_y(t) \dot{\phi}_y(t) \right] \tag{19.23}
$$

適應性控制器設計(5/6)

當我們將Eq. (19.21)帶入Eq. (19.23),可得

$$\dot{V}=e(t)\dot{e}(t)+\frac{1}{k}\left|b_p\right|\left[\phi_r(t)\dot{\phi}_r(t)+\phi_y(t)\dot{\phi}_y(t)\right]$$

$$=e(t)\left\{-a_m e(t)+b_p\left[\phi_r(t)r(t)+\phi_y(t)y(t)\right]\right\}+\frac{1}{k}\left|b_p\right|\left[\phi_r(t)\dot{\phi}_r(t)+\phi_y(t)\dot{\phi}_y(t)\right]$$

$$=-a_m e^2(t)+b_p e(t)\left[\phi_r(t)r(t)+\phi_y(t)y(t)\right]+\frac{1}{k}\left|b_p\right|\left[\phi_r(t)\dot{\phi}_r(t)+\phi_y(t)\dot{\phi}_y(t)\right] \quad (19.23)$$

$$=-a_m e^2(t)+\left[b_p e(t)\phi_r(t)r(t)+\frac{1}{k}\left|b_p\right|\phi_r(t)\dot{\phi}_r(t)\right]+\left[b_p e(t)\phi_y(t)y(t)+\frac{1}{k}\left|b_p\right|\phi_y(t)\dot{\phi}_y(t)\right]$$

為了使 $\dot{V}$ 為負值,所以我們得參數調整器為

$$\dot{\phi}_r(t)=-\mathrm{sgn}(b_p)ke(t)r(t)$$

$$\dot{\phi}_y(t)=-\mathrm{sgn}(b_p)ke(t)y(t) \quad (19.18)$$

其中 $\mathrm{sgn}(b_p)=\dfrac{b_p}{\left|b_p\right|}$ 而且 k 是個常數值。

適應性控制器設計(6/6)

然而，因為我們給定的參數估測器 $\phi_r(t)=\hat{c}_r(t)-c_r^*$, $\phi_y(t)=\hat{c}_y(t)-c_y^*$，作其微分後可得 $\boxed{\dot{\phi}_r(t)=\dot{\hat{c}}_r(t),\ \dot{\phi}_y(t)=\dot{\hat{c}}_y(t)}$。

我們在運用它們去將參數調整器改為

$$
\begin{aligned}
\dot{\hat{c}}_r(t)&=\dot{\phi}_r(t)=-\mathrm{sgn}(b_p)ke(t)r(t)\\
\dot{\hat{c}}_y(t)&=\dot{\phi}_y(t)=-\mathrm{sgn}(b_p)ke(t)y(t)
\end{aligned}
\qquad (19.18)
$$

最後我們將 $\dot{V}$,化簡為

$$\dot{V}=-a_m e^2(t)\le 0 \qquad (19.24)$$

結論 1/2

MRAC控制設計的三點步驟:

(1) 設計控制器的型式，如(1)

(2) 設計一Laypunov函數V，如(2)

(3) 藉由dotV<=0，得到Adaptive laws

$\boxed{V \geq 0}$ (2) → $\boxed{\dot{V} \leq 0}$ (3) → **Adaptive laws** → **Control gains** → $\boxed{u(t) = \hat{c}_r(t) r(t) + \hat{c}_y(t) y(t)}$ (1)

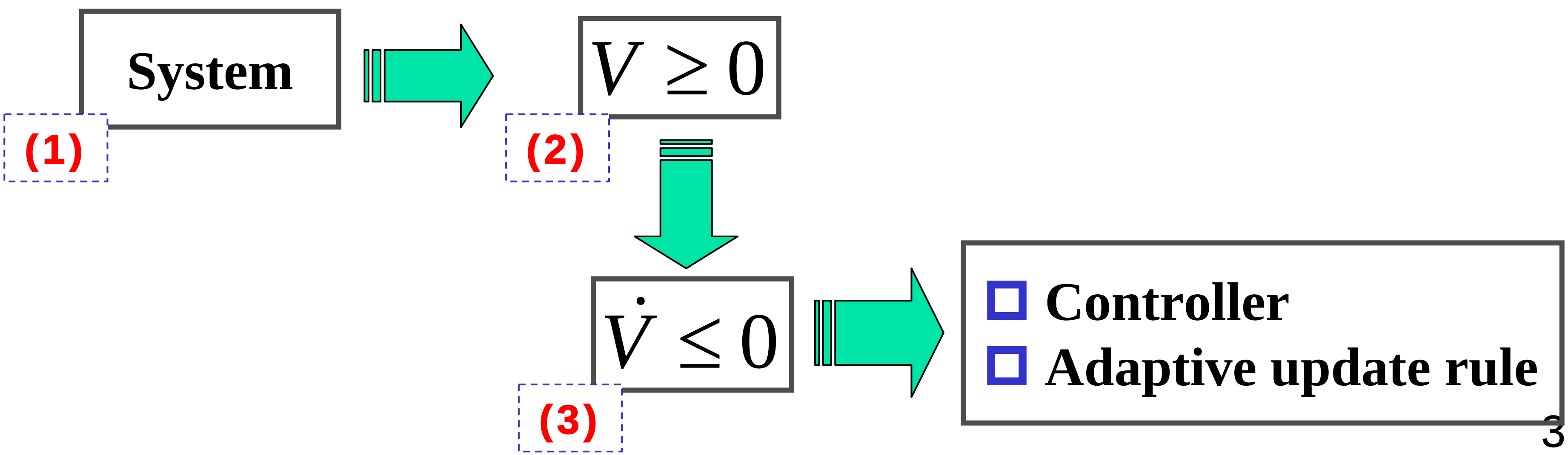
結論 2/2

Adaptive Controller Design:

(1) System. What equations describe the system?

(2) Design a Laypunov function.

(3) From dotV <=0, we obtain the controller and adaptive update rule.



Questions and Discussions

~ Thanks for your attention ~