

## 傳動軸件熱處理變形極小化之穩健化幾何設計

龍雲漢 余志成\*

國立台灣科技大學 機械工程系

### 摘要

本文分析傳動軸件熱處理造成之尺寸變形量與幾何設計間的關連性，以進行軸件的參數設計，減少熱處理後矯正工件尺寸所需的二次加工。文中首先剖析熱處理變形的成因，以掌握工件幾何上的設計重點。並定義平均直徑變形指標 (Average Diametric Change) 及直徑變形偏移指標 (Deviation of the Diametric Change)，應用田口品質工程法，分析影響淬火尺寸變形的主要控制與干擾因子。進而以實驗迴歸分析，推導傳動軸件直徑變形的趨勢方程式，並應用於軸件幾何參數之最佳化設計，以降低軸件淬火後的直徑變形量，達到傳動軸件尺寸設計之穩健化。

關鍵字：穩健化設計、田口方法、淬火

定困難，往往無法避免分析上的誤差 (Petrus 等，1992)。

由於製程與材料存在許多不確定性，如加熱及冷卻的均勻性與材料的微細組織缺陷等，使得尺寸的變形仍無法避免。因此若能從零件幾何設計著手，提升工件任處理時的尺寸穩定性，將會是一項重要的方向。Howes (1992) 曾對一些基本工件，如圓形、正方形及長方形工件，研究工件外形在淬火時，對冷卻效果的影響。Clarke (1998) 也曾對於淬火齒輪加工的設計參數進行研究，指出簡化工件外形設計有助於降低工件變形。本文研究軸對稱工件 (Axial Symmetrical) 淬火熱處理後的尺寸變形，應用田口品質工程及迴歸法分析，研究工件幾何設計對尺寸變形量的影響。藉以應用於軸件的參數設計，以減少熱處理後的機械加工量。

### 前言

熱處理常用來改變工件的硬度與強度，然而淬火過程往往造成工件幾何與尺寸的變形。由於淬火後的工件已達硬化效果，若以機械加工來矯正尺寸與幾何扭曲，成本將相當高，且機械加工會減少硬化層，矯正過程又會造成不均勻的殘留應力，這些對工件都會有不良的影響。為減少工件尺寸的變量，多數的文獻從熱處理製程控制 (Roy Kern, 1994)、淬火液的選用 (Tensi 與 Stich, 1995、Totten 與 Webster, 1996) 與材質改善著手。Toshioka (1985) 指出，為防止工件會有非預期的尺寸變化，工件材料應盡量使用同一批來源的母材，並且最好以對稱式的外形設計為主，以防止因熱應力所產生的尺寸變形。部分學者採用有限元素法進行淬火過程的分析；Schroder (1985) 針對圓柱與圓盤工件，分析工件殘留應力與淬火溫度的關係，以減少工件尺寸的變形。而 Wang 等 (1996) 則研究平板工件冷卻不均時的變形。Kamamoto 及 Nishimori 等 (1985) 並發展出一套電腦程式，用來分析大型低合金鋼軸件於淬火過程時，工件內部殘留應力與尺寸扭曲，並得知交變應力和相變化之間的相關性，以及相變化行為對殘留應力及尺寸變形的影響。但由於數值分析中，工件淬火過程的邊界條件設

### 尺寸變形量測

本文採用高斯積分法的觀念，應用在尺寸變形指標的定義，主要原因為高斯積分法只需少數點資料，即可準確計算出實際量測目標的面積。原理為於各軸段取上、中及下三點位置量測 (0.11L、0.5L 及 0.89L)，由這三處所得之數值，乘以其所相對應之位置權重 (Weight) 值相加後，即可得工件於淬火熱處理過程，因材料組織改變而產生變形的體積變化量。由高斯法可推導估計軸件變形量之取點位置，將其位置所量測之尺寸變形量，乘以其位置權重，即可得軸件之體積變形量 (式 1) 及 (圖 1)。

$$\begin{aligned} & \int_{i=0}^{L_{feature}} \pi D_{nominal} \cdot \Delta D \cdot dl \\ & \approx \pi D_{nominal} L_{feature} \cdot \left( \sum_{i=1}^3 W_i \cdot \Delta D_i \right) \\ & = \pi D_{nominal} L_{feature} \cdot \left( \frac{5}{18} \Delta D_1 + \frac{8}{18} \Delta D_2 + \frac{5}{18} \Delta D_3 \right) \quad (1) \end{aligned}$$

\*聯絡作者

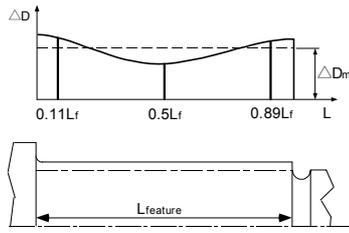


圖 1 軸件變形量測位置圖

此處提出兩個度量尺寸變形的指標：

- (1). 平均直徑變化量 (Average Diametric Change, *ADC*)：軸件淬火加工過程後整體變形量的平均值。

$$ADC = \Delta D_m = \frac{5}{18} \Delta D_1 + \frac{8}{18} \Delta D_2 + \frac{5}{18} \Delta D_3 \quad (2)$$

- (2). 直徑變形偏移量 (Deviation of Diametric Change, *DDC*)：軸件淬火加工過程後整體變形量的變異量，*DDC* 可量化軸件因不均勻的直徑變化，直接影響未來尺寸矯正時的加工量。

$$DDC = \sqrt{\left[ \frac{5}{18} (\Delta D_1 - \Delta D_m)^2 + \frac{8}{18} (\Delta D_2 - \Delta D_m)^2 + \frac{5}{18} (\Delta D_3 - \Delta D_m)^2 \right]} \quad (3)$$

### 控制與干擾因子

熱處理的控制因子，包含工件選用的材料、熱處理加工程序參數控制及工件的幾何設計，本文將由工件的幾何設計著手。而在熱處理過程不可避免的會有誤差存在，這些統稱為干擾因子。控制變數的設計除需使硬度、變形達到預定值之外，也希望藉此減少干擾因子對輸出產生的變異量。熱處理的干擾因子包含工件尺寸製造上的誤差、熱處理程序參數誤差、材料內部結晶的變異性及外部環境的變化。這些在熱處理實驗時，都會影響到工件最後完成的品質特性。其中尺寸誤差對工件熱處理的變形影響不大。而材料特性變異不易以實驗方式模擬，當盡量採用同一來源的鋼材，以維持熱處理特性的一致性。淬火過程中的參數差異性，對工件尺寸的影響最大，因此在本文的實驗計劃，將以降低設計淬火干擾因子的敏感度為主。

#### 幾何尺寸控制因子

本文中的控制因子，採取工件幾何設計。利用控制幾何外形參數，達到提升熱處理後工件尺寸及品質的穩健性。

文中主要探討軸對稱件的幾何尺寸特徵與直徑變形間的關聯，研究程序先探討單一外徑對稱軸件，於熱處理過程加工時，外形尺寸及中心孔洞對工件變形的影響。接著研究階級軸件中直徑的熱處理變形量與淬火方向性、各階級間外徑及長度的關係。最後研究工件表面的齒形設計，對淬火後的尺寸的影響。實驗設計流程如(圖 2)所示。

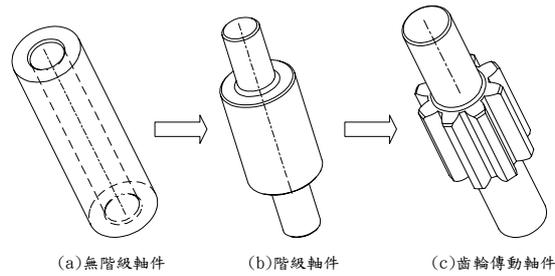


圖 2 控制因子設計流程

#### 熱處理參數干擾因子

影響淬火品質的因素除工件幾何形狀外，淬火溫度、淬火液槽溫度及攪拌對工件品質也有一定的影響，為減少淬火實驗的數目，本文採用合成干擾因子的觀念，進行干擾因子實驗分析以找出影響直徑變形的兩組極端干擾因子組合。

1. 加熱溫度 (QT)：

本實驗以鹽浴方式進行工件加熱，以減少工件加熱時氧化脫碳的現象，我們以熱電偶實際對鹽浴爐進行溫度分佈的測量，發現鹽浴爐中心與上下各角落，溫差約為 40~50°C，為模擬爐中四周之溫度變化對工件加熱溫度產生的差異，其額定淬火溫度為 845°C 時，由於干擾因子作用，工件溫度的下、上限訂為 820 及 870°C 進行實驗。

2. 油溫 (OT)：

在工件尚未置入油槽時，油槽的溫度往往是由環境溫度所控制，此時油槽內的溫度相當於室溫，平均分佈約為 25°C；當加熱至沃斯田鐵狀態的工件置入油槽後，油槽內的溫度會明顯的升高至 60°C 左右，因考量到廠商於真實處理時，由於工件數量較多，油槽溫度經連續淬火後，溫度必定上升，因此將油溫之干擾因子下、上限各訂為室溫時的 25°C 及經連續淬火後 70°C，以分析淬火液溫干擾因子對工件品質的影響。

3. 攪拌 (S)：

一般工件在淬入淬火液中後，常會將工件上下晃動，使工件各部份的冷卻速率較為均勻，但晃動的差異也將使均勻效果產生差異，因此我們以攪拌器攪拌與無攪拌兩種方式，來代表工件擾動的兩種極端情形。

由干擾因子 L4 直交表實驗分析得知，找出上述三個干擾因子對工件淬火尺寸變異的影響，可區分為兩組干擾因子組合(表 1)，即對工件變形影響最小和最大的兩組極端組合，一組(N<sub>1</sub>)使工件產生最小的直徑變形，另一組(N<sub>2</sub>)會使工件產生最大的直徑變形。使用合成干擾因子目的，主要是減少參數設計時外直交表的實驗次數。

表1 干擾因子及水準

	油溫	淬火溫度	攪拌
N1	70	820	無
N2	25	870	有

### 齒形軸件分析

本研究共分三組不同實驗，皆採用 4340 鎳鉻鉬合金鋼材，以鹽浴爐加熱，以最粗的軸徑為依據，每 25mm 加熱 25 分鐘，之後油淬至 HRC 40 硬度。而工件外型由最基本的單一外徑軸件，到三階級軸件，進而研究具齒輪或栓槽特徵的三階級傳動軸件，探討熱處理工件幾何外形，對傳動軸件淬火品質之影響。

#### 無階級軸件

在外形方面我們分別設計出三種不同外徑的軸件，用以分析在不同直徑淬火下，工件的幾何外形變化情形。除了探討外徑對工件變形的因素外，軸件也常設計有中心潤滑油孔，所以在本次的實驗中，也將一併研究孔對工件淬火後尺寸變形的影響。以 L6 全因子的實驗計劃，配合兩組合成干擾因子的實驗，計算設計的輸出訊噪比。圖 3 為工件的尺寸與實驗計畫設定。

訊噪比採望小型，較大的訊噪比代表較小的變形，由合成干擾因子的兩組輸出計算，其訊噪比定義如式(4)。圖 4 為 ADC 與 DDC 實驗結果的因子效果折線圖。

$$S/N = -10 \times \log_{10} \left[ \left( \frac{y_{N1}^2 + y_{N2}^2}{2} \right) \right] \quad (4)$$

由圖 4 觀察得知，不管是平均直徑變形 ADC 或是變形的分佈量 DDC，都有類似的趨勢。

- 有中心孔工件於淬火時，外徑尺寸的平均變形量，會小於實心工件。可能因中心孔的存在，降低了表面及核心部份的溫差，減少因熱應力而造成的變形，而工件的變形可以向心部擴張，也因而減緩外徑的變形量。
- 工件外徑為主要控制因子，外徑較小的工件，其淬火後變形量也較少。
- 由工件兩端的變形差異，可歸納出工件淬火方向對尺寸變形有明顯的影響，較晚淬入的部份，由於相變化時差，導致於軸件中麻田散鐵變態完成的時間較晚，因此具有較大變形量。

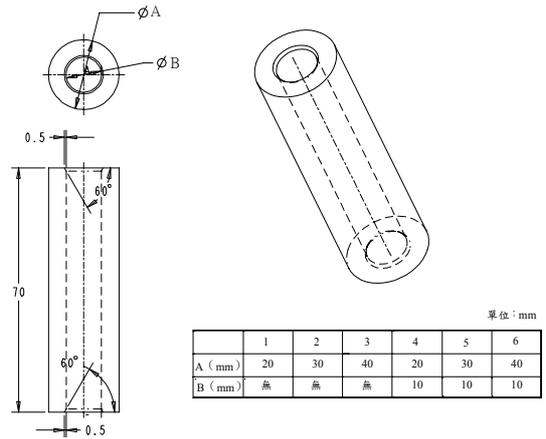


圖 3 無階級軸件尺寸及實驗計畫表

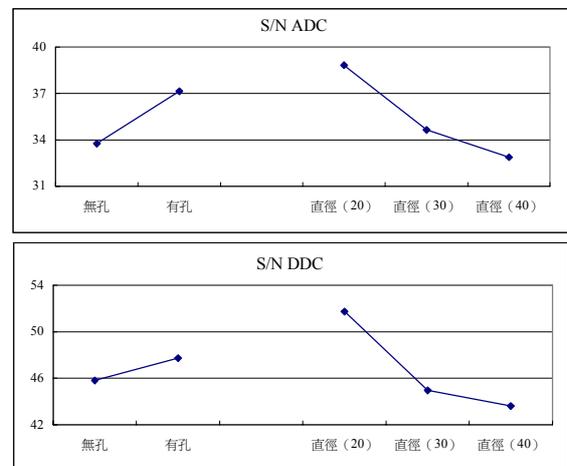


圖 4 無階級軸直徑變形 S/N 折線圖

#### 階級軸件

對於傳動軸件的應用，多是具有階級外徑的設計，因此針對軸件直徑受熱處理變形的尺寸特徵控制因子，進行更深入的分析。研究三階級軸的工件，尤其是中間段的軸徑於熱處理淬火時，幾何外徑的變形，受相鄰階級軸徑的影響。採用 L9 直交表實驗，配合兩組合成干擾因子的實驗，計算設計的輸出訊噪比。圖 5 為工件的外型尺寸與實驗計畫設定。訊噪比仍採望小型，定義如同式(4)。圖 6 為 ADC 與 DDC 實驗結果的因子效果折線圖。

由實驗分析中發現，軸段長度控制因子對變形量的影響並不十分顯著，因此在階級軸段的淬火分析中，還是以軸件的直徑為主要控制影響因子。

- 淬火時工件兩端開放區域，由於冷卻速率較快，變形量明顯會大於中間拘束部位。
- 中間段直徑的變形量除受本身直徑大小控制外，與兩端階級直徑差亦有明顯的影響。

- c. 兩端直徑的變形量主要由本身直徑大小決定，中間段與兩端的直徑差對兩端的直徑變形並無明顯的影響。

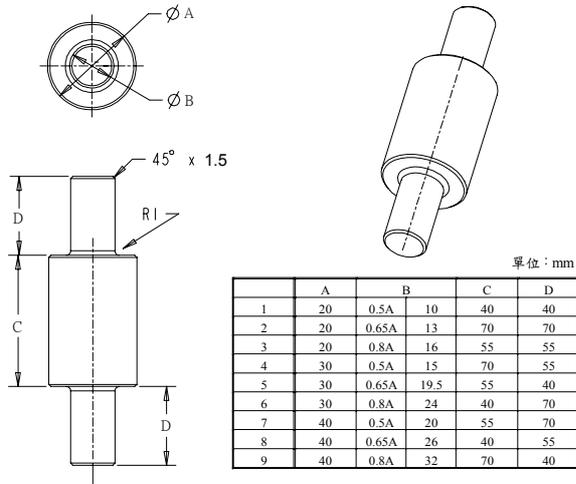
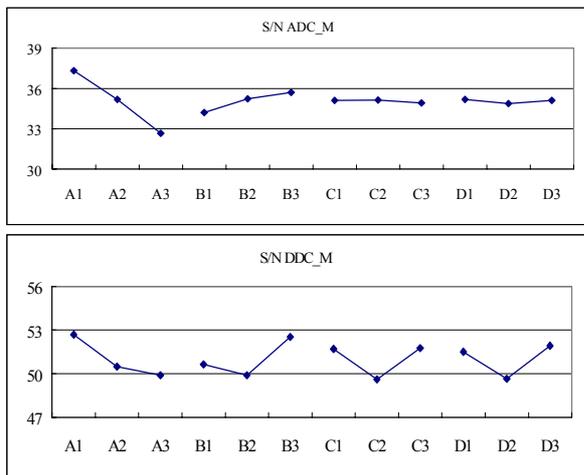


圖 5 階級軸件尺寸及實驗計畫表



A：中段直徑、B：兩端直徑、C：中段長度、D：兩端長度

圖 6 階級軸中段直徑變形 S/N 折線圖

在下一節的實驗中，將範圍擴大至有齒形的階級軸件，進一步探討幾何外型的齒形設計，對於工件熱處理尺寸變形的影響。

### 齒形傳動軸件

傳動軸件的應用，多是以階級外徑，並且表面設計成齒輪或栓槽的特徵，以利動力傳遞及運轉方向的改變。而為降低栓槽的加工成本，也常以齒輪漸開線的齒形來製造。所以在本節中，將以先前階級軸件為基礎，在控制項加入中間段的節徑 ( $D_p$ ) 及模數 ( $M$ ) 兩因子參數，研究齒形階級軸的工件，於熱處理淬火時，幾何外形參數對熱處理尺寸改變的關係。

齒形階級軸件的外型與實驗計畫如圖 7 及表 2 所示。由於前節實驗得知，工件本身的長度，對於直

徑尺寸的變形量，並無明顯的影響，因此每一階級的長度固定為 50mm。本次實驗採用四個三水準的控制因子，因此使用 L9 直交表。為避免因子間的水準分佈過於集中，以致分佈範圍過於狹窄，所以將兩端直徑 ( $D_t$  及  $D_b$ ) 設定為浮動水準，其直徑的水準值則是配合節徑 ( $D_p$ ) 決定。而栓槽段的直徑變形，因齒形節徑的量測困難，因此以外徑作為變形量觀察的指標。

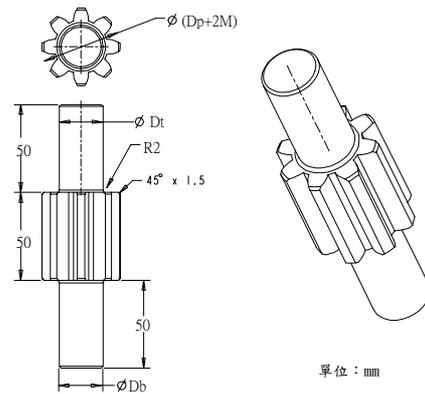
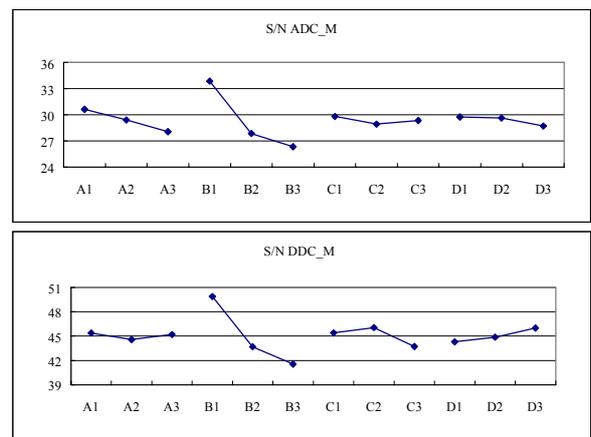


圖 7 齒形階級軸件

表 2 齒形階級軸件實驗計畫與栓槽段訊噪比輸出

實驗	$D_p$	$M$	$D_t$	$D_b$	$S/N_{ADC}$	$S/N_{DDC}$
1	30	1	0.6 $D_p$	0.6 $D_p$	32.078	54.981
2	30	2	0.8 $D_p$	0.8 $D_p$	30.790	55.009
3	30	3	0.7 $D_p$	0.7 $D_p$	30.415	55.227
4	36	1	0.8 $D_p$	0.7 $D_p$	31.098	54.983
5	36	2	0.7 $D_p$	0.6 $D_p$	29.955	53.147
6	36	3	0.6 $D_p$	0.8 $D_p$	29.575	50.360
7	42	1	0.7 $D_p$	0.8 $D_p$	29.976	54.521
8	42	2	0.6 $D_p$	0.7 $D_p$	28.891	48.552
9	42	3	0.8 $D_p$	0.6 $D_p$	27.739	47.894



A：節徑、B：模數、C：上端直徑、D：下端直徑

圖 8 栓槽段外徑變形 S/N 折線圖

對於栓槽段平均直徑變形，尚可調整熱處理前直徑，以補償變形量。但直徑變形偏移量的加工則特

別困難，因此減少( $DDC$ )便成為幾何設計的重點。由圖 8與控制因子的 ANOVA 可得到下列結論：

- 節徑及模數對於栓槽段的平均直徑變形( $ADC$ )與直徑變形偏移量( $DDC$ )的影響十分顯著。
- 栓槽段相鄰端直徑( $D_t$ 及 $D_b$ )，對於栓槽段 $DDC$ 的影響十分顯著，但對於 $ADC$ 則無明顯的影響。

### 傳動軸件迴歸分析

由上一節齒形傳動軸件實驗數據，以統計的迴歸分析，推導齒形軸件之栓槽段外徑熱處理淬火變形的迴歸模式。而在初期分析中，乃以栓槽段節徑( $D_p$ )、模數( $M$ )以及栓槽相鄰段直徑與齒形節徑的比值( $R_b = D_b / D_p$ ,  $R_t = D_t / D_p$ )為迴歸參數，建立二階迴歸方程式。

#### 栓槽平均外徑變形量迴歸分析

由 ANOVA 參數分析的得知， $R_t$ 對輸出並無明顯影響，因此將之從迴歸模式中略去，以簡化模式，所得之迴歸分析如式(5)與表 3。

$$ADC = 60.44 + 0.76D_p + 37.52M - 291.9R_b - 5.92M^2 + 212.5R_b^2 \quad (\mu m) \quad (5)$$

此迴歸模式適用於實驗水準範圍內。由觀察式(5)可知， $ADC$ 與節徑成正比，而與 $M$ 與 $R_b$ 呈二階關係。為便於圖示說明，我們將栓槽節徑訂在最小水準值 $D_p=30(\text{mm})$ ，並將 $ADC$ 的與 $M$ 及 $R_b$ 的等高線趨勢圖繪出如圖 9。從圖中可得到以下幾項論點：

- 在分析的水準範圍內，模數 $M$ 愈小，齒形軸件淬火後，產生的平均直徑尺寸變形量將會愈較小。
- 對底部直徑比( $R_b$ )取偏微分，可求得 $R_b = 0.686$ 時存在極值，在此直徑比安排下，可得 $ADC$ 之最小變形。
- 由圖中 $M$ 及 $R_b$ 之斜率比較，可知模數為影響尺寸變異的主要因子，調整模數將可有效減少栓槽段平均直徑變形。

表3 平均直徑變形量迴歸分析表

Summary of Fit				
RSquare				0.974357
RSquare Adj				0.963672
Root Mean Square Error				2.441922
Mean of Response				36.50926
Observations (or Sum Wgts)				18
Parameter Estimates				
Term	Estimate	Std Error	t Ratio	Prob> t
Intercept	60.44444	59.52873	1.02	0.3300
Dp	0.7631173	0.117487	6.50	<.0001
M	37.527778	4.934456	7.61	<.0001
Rb	-291.9907	171.0799	-1.71	0.1136
M*M	-5.916667	1.220961	-4.85	0.0004
Rb*Rb	212.5	122.0961	1.74	0.1073

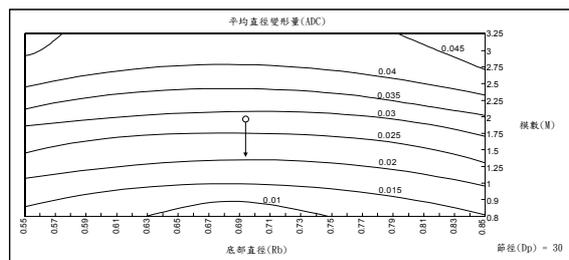


圖 9 平均直徑變形量等高線圖 ( $D_p = 30 \text{ mm}$ )

#### 栓槽外徑變形偏移量迴歸分析

由 ANOVA 參數分析的得知，可略去部分二階項，以簡化模式，所得之迴歸分析如式(6)與表 3。

$$DDC = 38.32 + 0.06D_p + 5.35M - 115.12R_t - 6.29R_b - 0.68M^2 + 86.92R_t^2 \quad (\mu m) \quad (6)$$

此迴歸模式適用於實驗水準範圍內。由觀察式(6)可知， $DDC$ 隨著節徑減少、 $R_b$ 增加而減少，而與 $M$ 與 $R_t$ 呈二階關係。為便於圖示說明，我們將栓槽節徑訂在最小水準值 $D_p=30(\text{mm})$ ，下端直徑比訂在最大水準值 $R_b=0.8$ ，並將 $ADC$ 的與 $M$ 及 $R_b$ 的等高線趨勢圖繪出如圖 10。從圖中可得到以下幾項論點：

- 在分析的水準範圍內，模數 $M$ 愈小，齒形軸件淬火後，產生的直徑變形偏移量將會愈較小，即具有較高的尺寸穩定性。
- 對頂部直徑比( $R_t$ )取偏微分，可求得 $R_t = 0.662$ 時存在極值，在此直徑比安排下，可得 $DDC$ 之最小值。
- 由圖中 $M$ 及 $R_t$ 之斜率比較，可知模數為影響尺寸變異的主要因子，調整模數將可有效控制栓槽段變形的穩定度。

表4 直徑變形偏移量迴歸分析表

Summary of Fit				
RSquare				0.981529
RSquare Adj				0.971454
Root Mean Square Error				0.410224
Mean of Response				6.075999
Observations (or Sum Wgts)				18
Parameter Estimates				
Term	Estimate	Std Error	t Ratio	Prob> t
Intercept	38.321193	10.03467	3.82	0.0028
Dp	0.0573213	0.019737	2.90	0.0143
M	5.3482489	0.828951	6.45	<.0001
Rt	-115.1168	28.7401	-4.01	0.0021
Rb	-6.296752	1.184215	-5.32	0.0002
M*M	-0.683103	0.205112	-3.33	0.0067
Rt*Rt	86.923521	20.51121	4.24	0.0014

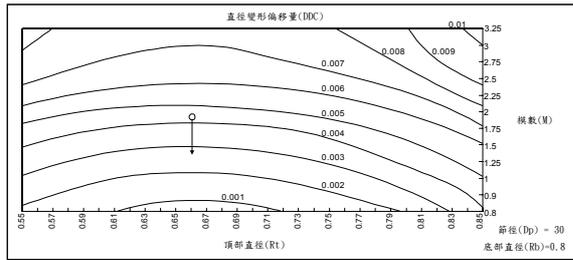


圖 10 直徑變形偏移量等高線圖

$$(D_p = 30 \text{ mm}, R_b = 0.8)$$

### 銼槽外徑變形曲線分析

由實驗之直徑三點量測數據，可將該段外徑以二次曲線近似，表 5 為數段直徑變化的迴歸例，藉此可推論直徑最大差異與直徑變形偏移量 (DDC) 的關係。

表 5 直徑變化函數

	直徑
軸 1 齒形	$AD_{\#1\_Gear} = 0.013x^2 - 0.038x + 36.058$
軸 3 頂部	$AD_{\#3\_Top} = 0.0427x^2 - 0.0465x + 21.026$
軸 7 底部	$AD_{\#7\_Bottom} = 0.0066x^2 - 0.0062x + 33.619$

表 6 直徑變形分佈範圍

	直徑變形趨勢	$\Delta_1$	$\Delta_2$	DDC	範圍
軸 1 齒形	0.054 0.042 0.034	0.0152	-0.0098	0.0076	2.93 $\Delta$
軸 3 頂部	0.021 0.013 0.018	0.0092	-0.0035	0.0038	3.34 $\Delta$
軸 7 底部	0.020 0.024 0.030	0.0101	-0.0027	0.0037	3.45 $\Delta$
$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$					

$\Delta_1$  為該段熱處理後最大直徑與平均直徑的差異量  
 $\Delta_2$  為該段熱處理後最小直徑與平均直徑的差異量

仿式(2)高斯積分法的觀念，求出熱處理後之平均外徑  $AD$ ，再由變形分佈曲線的極大極小值計算出變形偏移之上下限  $\Delta_1$  及  $\Delta_2$ 。表 6 為工件經熱處理後直徑的變形分佈  $AD_{-\Delta_2}^{+\Delta_1}$ ，以及直徑變形範圍與 DDC 的關連。修正直徑變形的總加工研磨量即為  $(\Delta_1 + \Delta_2)$ ， $\Delta_1$  約為三倍 DDC，而  $\Delta_2$  約為兩倍 DDC。應用於熱處理尺寸補償的方式如式(7)，可減少不必要的加工量。

$$D_{Finish} = D_{Green} + ADC - \Delta_2 \quad (7)$$

$$\approx D_{Green} + ADC - 2DDC$$

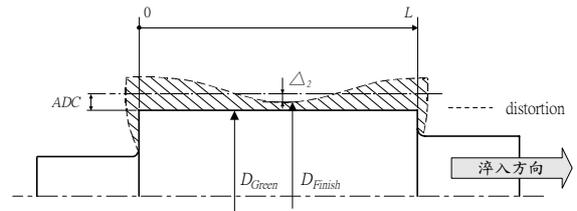


圖 11 熱處理變形尺寸補償示意圖

## 傳動軸件設計應用

### 齒形軸機械設計應用

已知一傳動軸減速組件中，軸件長度限制如圖 12 所示，於齒形段接收 5kw 動力，軸轉速 1500rpm，材料選用為 4340 鎳鉻鉬合金鋼，在符合傳遞條件要求，進行材料及製造成本的最佳化。

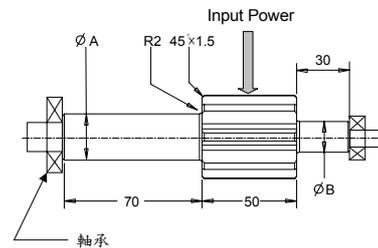


圖 12 傳動軸負載及尺寸示意圖

傳動軸件設計公式上，針對不同要求及使用環境有不同的形式，在設計上考量圓角應力集中效應、材料降伏點及疲勞強度因素，我們採用 Soderberg 破壞理論 (Shigley 與 Mischke, 1989)，進行軸徑的設計 (8)。

$$D = \left[ \left( \frac{32N}{\pi} \right) \left( \left( \frac{K_t M}{S_n'} \right)^2 + \left( \frac{T}{S_y} \right)^2 \right) \right]^{\frac{1}{3}} \quad (8)$$

### 初始設計

由機械材料手冊查得 4340 鎳鉻鉬合金鋼淬火後材料性質，如下所示。將尺寸係數訂為 0.9，應力集中係數為 1.5，對於傳動過程預期不致產生任何震動及衝擊，所以設計係數訂為 3，其疲勞強度  $S_n'$  數值為

$$S_n' = 0.9 \times 420 = 378 \text{ (Mpa)}$$

由靜力分析求得軸件之扭矩  $T$  及徑向軸向作用力如下：

$$T = \frac{30E6 \times P}{\pi n} = \frac{30E6 \times 5}{1500\pi} = 31.84 \text{ (N} \cdot \text{m)}$$

$$W_t = \frac{T}{R} = \frac{31.84}{0.021} = 1515.8 \text{ (N)}$$

$$W_r = 1515.8 \times \tan 20^\circ = 551.7 \text{ (N)}$$

計算軸 A、軸 B 及中間軸段之最大彎矩為：

$$M_a = 49.82 \text{ (N} \cdot \text{m)}$$

$$M_b = 45.07(N \cdot m)$$

$$M_{\max} = 67.6(N \cdot m)$$

將彎矩數值代入式(8)，即可求得兩端軸件所需臨界直徑：

$$D_a = \left[ \left( \frac{32 \times 3}{\pi} \right) \sqrt[3]{ \left( \frac{1.5 \times 49.82}{378E6} \right)^2 + \left( \frac{31.83}{1200E6} \right)^2 } \right] = 18.26mm$$

$$D_b = \left[ \left( \frac{32 \times 3}{\pi} \right) \sqrt[3]{ \left( \frac{1.5 \times 45.07}{378E6} \right)^2 + \left( \frac{31.83}{1200E6} \right)^2 } \right] = 17.68mm$$

中間軸段之等效扭矩  $T_e$ ：

$$T_e = \sqrt{(67.6)^2 + (31.8)^2} = 74.72N \cdot m$$

$$Z_p = \frac{K_t \cdot T_e}{\tau_d} = \frac{1.5 \times 74.72 \times 10^3}{60} = 1868mm^3$$

由極剖面模數，可以求得所須之直徑  $D_{mid}$ ：

$$D_{mid} = \sqrt[3]{\frac{16Z_p}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{16 \times 1868}{\pi}} = 21.18mm$$

在符合使用安全的條件下，我們採用原先編號9之軸件，作為初始設計，其三階段軸尺寸如表7所示。與機械強度設計所求得之軸件最小直徑相比，可知初始設計滿足強度要求。但該設計為過強設計(Over design)，因此將針對軸件尺寸方面，進行重量最佳化。

表7 傳動軸件初始設計

直徑 (A)	直徑 (B)	節徑 (Dp)	模數 (M)	齒數
33.6	25.5	42	3	14

### 重量最佳化設計

由強度計算得知，中間段齒根直徑至少須要21.18mm，因此在重量最佳化階段，將輸入動力端節徑更改設計為30mm。模數設計為3，以便於齒形加工。此時齒根圓直徑為22.5mm，符合安全條件。求得軸A、軸B之最大彎矩，並將彎矩代入軸件設計公式(8)中，計算符合負載所需的軸件尺寸：

$$D_a = \left[ \left( \frac{32 \times 3}{\pi} \right) \sqrt[3]{ \left( \frac{1.5 \times 69.74}{378E6} \right)^2 + \left( \frac{31.83}{1200E6} \right)^2 } \right] = 20.41mm$$

$$D_b = \left[ \left( \frac{32 \times 3}{\pi} \right) \sqrt[3]{ \left( \frac{1.5 \times 63.10}{378E6} \right)^2 + \left( \frac{31.83}{1200E6} \right)^2 } \right] = 19.74mm$$

因此節徑為30mm、模數等於3之軸件，左右兩端所需軸段尺寸，分別為20.41mm及19.74mm，此重量最佳化所設計之軸件，亦可適用減速機組的負載。但軸件多需經過熱處理以增加其強度與硬度，而矯正熱處理後的尺寸變形，往往相當昂貴，因此我們將以先前推導的迴歸模式預測直徑變形量，並將針對

軸件尺寸配製方面，以所求得之迴歸方程式，進行幾何尺寸穩健化設計，以符合變形量最小需求，減少熱處理後的加工費用。

### 熱處理設計穩健化

由於考慮到迴歸模式的適用性，齒形節徑設定依舊訂為30mm(節徑最小水準值)。在模數設定上，由圖10得知模數愈小，齒形軸件尺寸變形量較穩定(DDC較小)。因此以熱處理穩健化設計的觀點，將模數訂為1(齒根圓直徑為27.5mm，符合強度要求)。對於上下兩軸徑的尺寸設定，由迴歸方程式(6)得知：

$$R_t = 0.662, R_b = 0.8$$

所以：

$$D_a = 0.662 \times 30 = 19.86mm$$

$$D_b = 0.8 \times 30 = 24mm$$

### 設計比較與驗證

此節將針對重量最佳化及穩健化設計之軸件，進行實際的淬火熱處理驗證實驗，以驗證變形迴歸方程式，預測齒形軸件尺寸變形之通用性及準確性。由表9之比較得知，由迴歸方程式所估計齒形軸件變形量，與實際淬火所得之驗證數值十分相近，所以由此可證明，在此實驗範圍之齒形階級軸件，迴歸方程式對淬火過程後的尺寸變形，能提供事先的變形預測參考，以減少二次加工量。

表8 齒形軸件設計比較

	初始設計	重量最佳化	穩健化設計
直徑A ( $D_a$ )	33.6	20.41	24
直徑B ( $D_b$ )	25.5	19.74	19.86
節徑	42	30	30
模數	3	3	1
齒根圓	34.5	22.5	27.5
齒數	14	10	30
重量(g)	1198.39	561.85	630.24
ADC	0.0561	0.0423	0.0172
DDC	0.0049	0.0076	0.0015

由表8可觀察出，雖然經由重量最佳化可以求得最輕之軸件設計，但是，由於沒有考量到齒形的設計因子，因此，在這階段的設計只有重量最佳化，且其直徑變形偏移量反而較初始設計為大，反而造成熱處理後尺寸加工成本的增加。而經由設計穩健化，選定特徵參數如模數及階級直徑比例，其重量雖稍大於重量最佳化之軸件，但對於初始設計而言，已有十分明顯的減少。而更重要的是穩健化設計增加了淬火軸件的尺寸穩定性，而另一方面，以迴歸方程式求得的，淬火軸件之平均直徑變形與偏移量，可應用在熱處理前工件尺寸的設計上，以補償平均直徑的變形量，明顯降低熱處理後的加工量。

表9 變形量驗證實驗

	平均直徑變形量		直徑變形偏移量	
	估計值	驗證值	估計值	驗證值
初始設計	0.0561	0.0536	0.0049	0.0105
重量化設計	0.0423	0.0438	0.0076	0.0081
穩健化設計	0.0172	0.0185	0.0015	0.0019

### 結論

本文由實驗分析得知，在淬火熱處理過程中，軸件表面的幾何形狀，將會影響到淬火後尺寸的變異。文中以田口品質的實驗計畫，分析影響齒形軸件變形的主要特徵因子，並結合統計方法求出外徑變形迴歸方程式，應用於軸件幾何尺寸的穩健化設計，以縮小其淬火後尺寸的變異量，並以實例說明設計應用步驟。而由傳動軸設計實例分析中，應用變形平均預測於軸件尺寸補償，並以外徑變形偏移量的迴歸模式進行軸件的參數設計，提高齒形傳動軸件於淬火後尺寸變形量的穩定性，減少再加工的花費。

### 參考文獻

- Clarke, P. C. (1998), "Close-tolerance Heat Treatment of Gear", *Heat treatment of metals*, Vol.3, pp.61-64
- Howes, M. A. H. (1992), "Factors affecting distortion in hardened steel components", *INFAC/II T Research institute*, Chicago, pp.251-258
- Kamamoto, S., Nishimori, T. and Kinoshita, S. (1985), "Analysis of residual stress and distortion resulting from quenching in large low-alloy steel shafts", *Materials science and technology*, Vol. 1, pp.798-804
- Parrish, G., Ingham, d. w. and Chaney, M. (1998), "The Submerged Induction Hardening of Gear", *Heat treatment of metals*, Vol.1, pp.1-8
- Petrus, G. J., Krauss, T. M. and Feeguson, B. L. (1992), "Distortion prediction using the finite element method", *Proceedings of the first international conference on quenching and control of distortion*, Chicago, pp.283-286
- Roy Kern (1994), "Analyzing cracking and distortion", *Metal heat treating*, Nov./Dec., pp.43-46
- Shigley, J.E. and Mischke, C.R. (1989) *Mechanical Engineering Design*, McGraw-Hill Book Co.
- Schroder, R. (1985), "Influences on development of thermal and residual stresses in quenched steel cylinders of different dimensions", *Materials science and technology*, Vol. 1, pp.754-764
- Tensi, H. M. and Totten, G. E. (1995), "Fundamentals of quenching", *Metal heat treating*, Mar./Apr., pp.20-28
- Toshioka, Y. (1985), "Heat treatment deformation of steel products", *Materials science and technology*, Vol. 1, pp.883-892
- Totten, G. E. and Webster, G. M. (1996), "Chute quench recommendations for continuous furnace applications with aqueous polymer quenchants", *Heat treatment of metals*, Vol.2, pp.36-39
- Wang, S. C., Chiu, F. J. and Ho, T. Y. (1996), "Characteristics and prevention of thermomechanical controlled process plate deflection resulting from uneven

cooling", *Materials science and technology*, Vol. 12, pp.64-71

## ROBUST DESIGN OF TRANSMISSION SHAFT FOR MINIMIZING HEAT TREATMENT DISTORTION

Yun-Han Lung, Jyh-Cheng Yu

Department of Mechanical Engineering  
National Taiwan University of Science and Technology  
Taipei, Taiwan, R.O.C.

### ABSTRACT

This paper addresses the relation between geometric design and dimensional distortion pattern of transmission shaft due to heat treatment. The study first explores the origin of dimensional distortion from part materials and quenching processes to comprehend the key points of part design. Taguchi's method is applied to analyze the major control and noise factors of heat treatment. A regression model of dimension distortion is then derived for the spline section of a three-stage shaft. The regression model is applied to the parameter design of transmission shaft. The robust design alleviates the Average Diametric Change and the Deviation of Diametric Change. Where reduces the amount of dimensional correction of hardened part.

Keywords: Robust Design, Taguchi, Quenching