

三軸式微加速度器模態系統設計

張喬凱¹、李炯達²、余志成^{3*}

¹義守大學機械與自動化工程學系研究生

²義守大學機械與自動化工程學系副教授

³國立高雄第一科技大學機械與自動化工程學系副教授

摘要

本文提出一款三軸式微加速度計，其結構是由四根懸樑、一個振動質塊和八片適當連結配置壓電薄膜所構成。此結構由 $\langle 100 \rangle$ 矽材溼蝕刻中央質塊和乾蝕刻懸臂樑所製作而成，振動質塊的兩端各以兩懸臂樑支撐。因此，out-of-plane 加速度將使系統結構發生對稱性撓曲，而 in-plane 加速度將造成非對稱性撓曲及翻轉的模態。藉由適當的電極配置，可將不需要的訊號相互抵消，以選擇性的量測出三方向軸的加速度。本文利用能量法-卡氏第二定律分別推導出三軸向振動模態的自然頻率與結構敏感度，並與有限元素法模擬之結果相印證。此外，利用 ANSYS 軟體來模擬感測器的敏感度，驗證電極配置量測三軸向加速度的可行性。並探討結構參數對感測敏感度和有效頻寬的影響，以供未來最佳化設計之參考。

關鍵字：微感測器，壓電加速度計，三軸式，壓電薄膜。

1. 前言

微加速度計已廣泛地應用在汽車工業如汽車安全氣囊與懸吊系統，以及互動式電子娛樂器材等。在其他的應用方面，生物力學及航太飛行技術亦極具潛在的市場。壓電式加速度計具有機電能互換的特性，量測訊號較為線性且具有較高的自然頻率，因此具有較寬的頻率響應來提昇量測性能。由於壓電式加速度計亦具有良好的動態特性及線性化，因此適合應用在監控系統以量測機械震動。

壓電加速度計依製造方式的不同可分為表面加工與體型加工兩種典型的設計，表面微機械處理的壓電加速度計因製造上較為簡單有較佳的成本效益[1]，但體形微加工的壓電加速度器則可以量測較小的訊號，故適用於精密量測[2][8]。

Van Kampen 和 Woffenbuttel 分析多懸樑結構並使用靜態機械分析技術分析體狀微矽加速度計的機械特性[3]。Yu 和 Lan 等人針對 PZT 壓電薄膜加速度計進行設計上的模擬分析，其結構設計為簡單的十字懸樑支撐中央振動質塊的微型島塊幾何結構[4]，並針對薄膜與電極厚度相對於質塊支撐懸樑為可忽略時，提出一間單之建模方式。有些研究利用薄層的板

材理論將基底和 PZT 薄膜兩者在懸臂樑的彈性性質列入考慮[5][7]，尤其若薄膜層厚度相對於懸樑厚度相近時，可依此提升模型的準確性，但若薄膜與電極因設計而圖形加工，將大幅提昇以層板理論建模的困難度。三軸壓電加速度計的幾個設計發表於[6][7]，其理論設計多符合 FEM 的模擬結果，但文獻中忽略電極的質量和彈性作用以簡化其分析，這些建模方式雖有助於元件特性與設計，但若考量元件之實際設計，配合有限元素模擬分析驗證感測器設計為常用的方式。

2. 微加速度計設計

本文提出的微加速度計是由四根懸臂樑、一中央質塊與八片壓電轉換器所構成，其結構如圖 1 所示。此微加速度計的製作是利用 $\langle 100 \rangle$ SOI 矽材料以體形微加工溼蝕刻中央質塊，每根懸樑部份是使用乾蝕刻技術所製作而成，在中央質塊的兩端以兩根懸樑來支撐，每根懸樑上分別有兩片壓電材料佈置如圖 1，懸樑左右兩端會有應力集中而可能導致量測訊號產生非線性，而中間部分則是低應力區，故未佈置壓電電極。

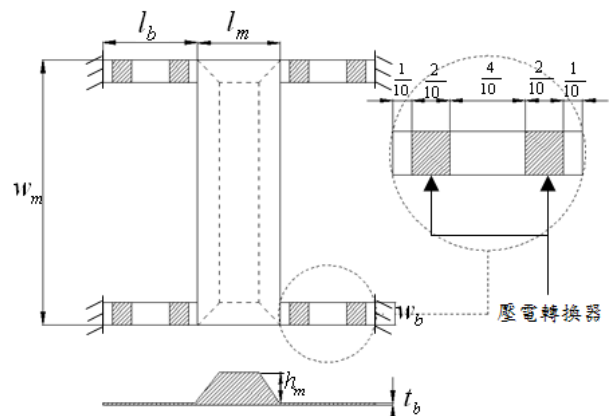


圖1 壓電微加速度器結構

電極的配置與連結如表 1 所示，主要考量三軸加速度量測的選擇性；在 out-of-plane 的振動方向即 Z 軸方向，加速度導致的振動模態為對稱，而 in-plane 加速度即 X 與 Y 軸向產生非對稱及翻轉的振動模態。慣性力造成懸樑的彎曲應力使得 PZT 壓電材料產生電荷。以量測 Z 軸加速度為例，如圖 2(a)，此時

* 聯絡作者：jcyu@ccms.nkfust.edu.tw

內部的轉換器(近振動質塊)和外部的轉換器有相反的應力方向,若將轉換器 1, 4, 5 及 8 的訊號相加後減去轉換器 2, 3, 6 及 7 的訊號,可量得 out-of-plane 之加速度,此時 in-plane 加速度所產生的轉換訊號,將會因為電極安排而互相抵消,此設計不僅增加了感測器的敏感性,同時減少了雜訊干擾。而其他兩個 in-plane 加速度則可分別依表 1 的電極安排而量測出來。

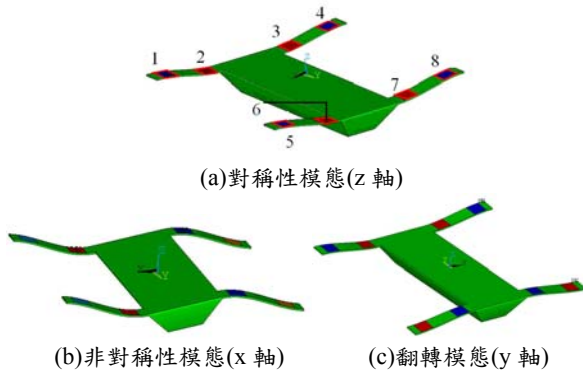


圖2 三軸加速度造成的三個基本振動模態

表1 三軸加速度感測之電極配置

Symmetric	PZT(1+4+5+8) - PZT(2+3+6+7)
Asymmetric	PZT(2+4+6+8) - PZT(1+3+5+7)
Torsional	PZT(1+6+4+7) - PZT(2+5+3+8)

3. 結構模態

壓電加速度微感測器是利用質量-彈簧-阻尼系統,將加速度訊號以線性方式轉換為電壓訊號如圖 3 所示。感測器系統建模可分為機械系統和電性系統,機械系統由懸樑剛性和震動質塊決定其結構特性,而壓電薄膜之壓電性能及其配置連結,決定電性系統特性[4]。振動質塊受到加速度作用產生慣性力使得質塊產生位移量,此位移造成懸樑變形,在由懸樑上的 PZT 壓電材料將機械應變轉換為電荷輸出而測得加速度大小。微結構的自然共振頻率影響加速度的頻寬,約為共振頻率的五分之一。

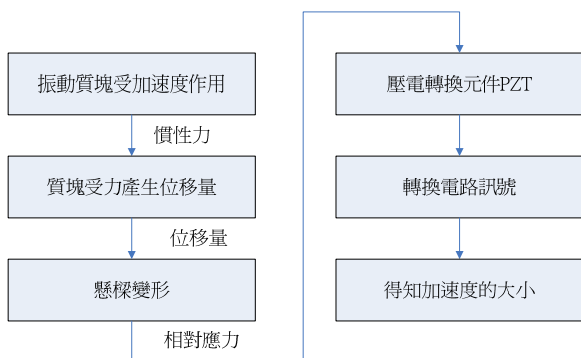


圖3 壓電加速度計機電特性轉換

$$\text{自然振動頻率 } \omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (1)$$

$$\text{機械敏感性 } S_m = \frac{m}{K} \quad (2)$$

K 為懸樑的彈性係數; m 為振動質塊質量

本研究應用能量法-卡氏第二定律分析機械撓曲推導線性結構彈性係數。微加速度的各模態的結構剛性,如方程式(3,4)之變形量方程式

$$\delta_i = \frac{\partial U}{\partial F_i} \quad (3)$$

$$\alpha_i = \frac{\partial U}{\partial M_i} \quad (4)$$

其中 U 為結構應變能, F_i 及 M_i 分別為力及力矩作用於懸樑的負載, δ_i 及 α_i 為相對應的垂直撓曲及旋轉角。負荷由質塊加速度的慣性力形成,由式(3,4)求出變型量,再應用虎克定律 $K=F/\delta$ 求得彈性係數,以下分析僅考慮彎曲所形成之變形,剪變形及縱向負荷變形則忽略不計。

振動島塊以化學濕蝕刻將呈現截頂金字塔的形狀,若忽略角落蝕刻的可能的底切缺陷,整體質塊後利用體積分方法求得之質量約為:

$$m = \rho \cdot \left[l_m w_m h_m - h_m^2 (l_m + w_m) \cot \theta \right] + \rho \cdot l_m w_m t_b \quad (5)$$

ρ 為矽材密度和 $\theta = 54.7^\circ$ 是 $<100>$ 矽基非等向蝕刻角度, l_m 、 w_m 、 h_m 與 t_b 如圖 1 所示分別為質塊之長、寬、高與質塊上方薄板之厚度。

3.1. 對稱性模態之自然頻率

圖 4(a) 表示由 Z 軸加速度所形成的樑撓曲對稱 (Symmetrical) 模態。圖 4(b) 概示長度 l_b , 寬度 w_b , 厚度 t_b 之懸樑在側向慣性力 F_z 作用於樑端時造成 δ_z 之變形量。樑之力矩平衡式可表示為

$$M + F_z \xi - M_0 = 0 \quad (6)$$

ξ 為圖 4(b) 從自由端的距離, 故其邊界條件可設為

$$\begin{aligned} \xi=0, \quad \delta_z(0) &= \delta_z, \quad \alpha(0) = 0 \\ \xi=l_b, \quad \delta_z(l_b) &= 0, \quad \alpha(l_b) = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

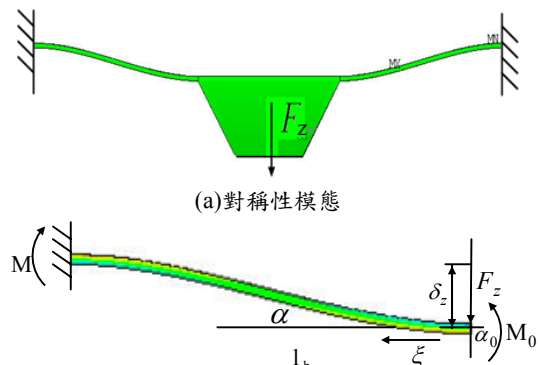


圖4 對稱性運動模態

由 $\alpha(0)=0$ 的邊界條件配合卡氏法可得力矩 M_0 與慣性力 F_z 之關係如下：

$$\alpha(0) = \frac{\partial U}{\partial M_0} = \int_0^{l_b} \frac{M}{EI_z} \frac{\partial M}{\partial M_0} d\zeta = 0$$

$$M_0 = \frac{F_z l_b}{2} \quad (8)$$

再代回式(6)可得

$$M = F_z \left(\frac{l_b}{2} - \zeta \right) \quad (9)$$

其中 E 為砂的楊氏係數、 $I_z = \frac{w_b l_b^3}{12}$ 是懸樑 Z 斷面之慣性矩。

利用卡氏法式(4)，慣性力 F_z 造成的自由端變形 δ_z 為

$$\delta_z = \frac{\partial U}{\partial F_z} = \int_0^{l_b} \frac{M}{EI} \frac{\partial M}{\partial F_z} d\zeta = \frac{F_z l_b^3}{12EI_z} \quad (10)$$

利用 $K=F/\delta$ 可得單一懸樑之彈性係數，因結構為四根懸樑，其對稱性系統結構之懸樑彈性係數

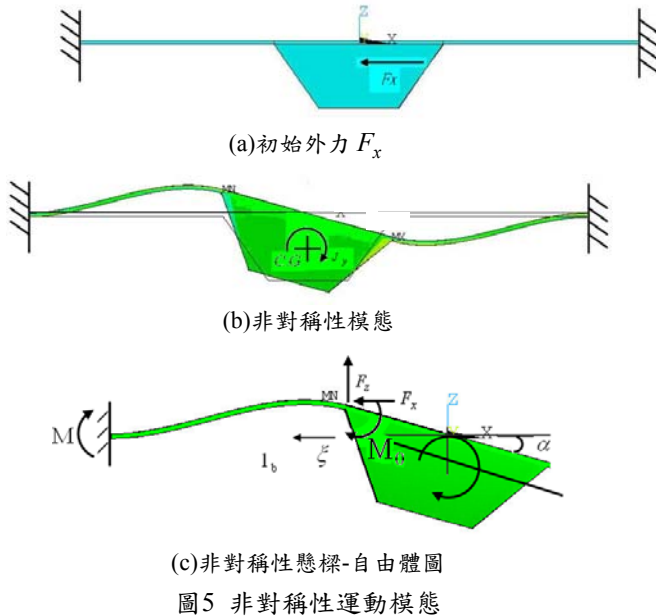
$$K_{symmetric} = \frac{48EI_z}{l_b^3} \quad (11)$$

故對稱模態之自然頻率為

$$\omega_{ns} = \sqrt{\frac{K_{symmetric}}{m}} \quad (12)$$

機械敏感度 $S_{symmetric}$ 可表示如下：

$$S_{symmetric} = \frac{m}{K_{symmetric}} = \frac{l_b^3 m}{12EI_z} \quad (13)$$



3.2. 非對稱性模態之自然頻率

圖 5(a, b) 表示由 X 軸加速度(a_x)所形成的慣性力 ($F_x=ma_x$)使加速度計產生非對稱性振動模態，圖 5(c)

概示單一懸樑由 F_x 作用於質心之慣性力在樑端所造成之變形，其邊界條件可設為

$$\begin{aligned} \xi=0, \quad \delta_z(0)=l_m \alpha/2, \quad \alpha(0)=\alpha \\ \xi=l_b, \quad \delta_z(l_b)=0, \quad \alpha(l_b)=0 \end{aligned} \quad (14)$$

樑之力矩平衡可寫成

$$M + F_z \xi - M_0 = 0 \quad (15)$$

利用卡氏定理，可得旋轉角及自由端之位移量如下

$$\begin{aligned} \alpha(0) &= \frac{\partial U}{\partial M_0} = \int_0^{l_b} \frac{M}{EI} \frac{\partial M}{\partial M_0} d\zeta \\ &= \frac{1}{EI_z} \cdot (M_0 l_b - \frac{F_z l_b^2}{2}) = \alpha \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \delta_z(0) &= \frac{\partial U}{\partial F_z} = \int_0^{l_b} \frac{M}{EI} \frac{\partial M}{\partial F_z} d\zeta \\ &= \frac{F_z l_b^3}{12EI_z} - \frac{\alpha l_b}{2} = \frac{l_m \alpha}{2} \end{aligned} \quad (17)$$

由 $F = K \cdot \delta$ 可得單一懸樑之彈性係數

$$K_{a,beam} = \frac{12EI_z(l_b + l_m)}{l_m l_b^3} \quad (18)$$

因結構為四根懸樑，故非對稱性模態之彈性係數

$$K_{asymmetric} = \frac{12EI_z l_m (l_m + l_b)}{l_b^3} \quad (19)$$

其自然頻率為

$$\omega_{na} = \sqrt{\frac{K_{asymmetric}}{J_y}} \quad (20)$$

J_y 為質塊對 Y 軸的質量慣性矩約為

$$J_y = \frac{m(h_m + t_b)^2}{6} \cdot \left[1 + \frac{2w_m^2 - 4w_m h_m / \tan \theta}{(2w_m - 2h_m / \tan \theta)^2} \right] \quad (21)$$

3.3. 翻轉自然頻率

因受 Y 方向之加速度使質塊產生慣性力而造成翻轉模態如圖 6(a, b)。圖 6(c)為單一懸樑之自由體圖，其剛性分析與對稱模態相似，翻轉模態之彈性係數為

$$K_{torsional} = \frac{12EI_z (w_m - w_b)^2}{l_b^3} \quad (22)$$

其翻轉模態之自然頻率為

$$\omega_{nt} = \sqrt{\frac{K_{torsional}}{J_x}} \quad (23)$$

J_x 為質塊對 X 軸的質量慣性矩約為

$$J_x = \frac{1}{12} \left\{ \begin{aligned} &\rho \cdot \left[l_m w_m h_m - \frac{h_m^2}{\tan \theta} \cdot (w_m - l_m - 2 \frac{h_m}{\tan \theta}) \right] \\ &\times \left[h_m^2 + w_m^2 - \frac{2h_m^2}{\tan \theta} \right] \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

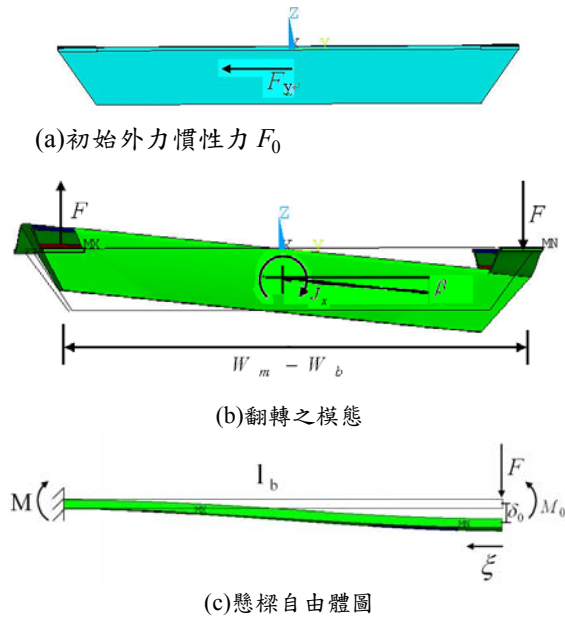


圖 6 翻轉模態之運動模態

4. 有限元素分析驗證

以表 2 的感測元件結構尺寸為例，代入所推得的共振頻率方程式，所採用之材料的參數特性可從過去的文獻找得[4]，將所得自然頻率與 ANSYS 分析結果比較列於表 3，兩者所得結果相當接近。

另外，為驗證加速度感測之選擇性，本文將單軸方向單位加速度所得之壓電輸出值與三軸加速度同時施加所得之電壓值以 FEM 模擬比較結果如表 4，二者所得之結果相同。當三軸向加速度同時存在時加速度計可分別測得各方向的加速度，此結果說明在適當的電極配置連結下，本設計可應用於三軸向加速度量測。

表2 微加速度計的初始尺寸(單位: μm)

l_b	w_b	t_b	l_m	w_m	h_m
1500	350	30	1300	4200	490

表3 理論 ω_n 與 ANSYS 模擬結果比較 (單位: Hz)

model	理論值	FEM 值	誤差百分比
symmetric	3246	3202	1.3%
asymmetric	11920	11622	2.5%
torsional	5282	54976	2.5%

表4 單軸方向與三軸加速度之敏感度比較

(單位: mV)

	$1\ddot{x}$	$1\ddot{y}$	$1\ddot{z}$	$1\ddot{x} + 1\ddot{y} + 1\ddot{z}$
asymmetric	0.99	0	0	0.99
torsional	0	0.72	0	0.72
symmetric	0	0	7.54	7.54

此元件的頻率響應如圖 7，因對稱振動模態的自然頻率是三個模態中最低的，故微加速度計的頻寬將侷限於對稱性模態，頻寬的上限約為 $(\omega_{ns}/5)$ 。同時，圖 7 顯示對稱模態與非對稱性和翻轉模態之間的敏感度比約為 10:1。二者相差太大將不利於量測，因此將分析各參數對三軸量測之敏感度來縮減其差距。圖 8 為以理論分析三軸向的共振頻率與震動質塊長度 (l_m)、懸樑長度 (l_b) 及質塊寬度 (w_m) 的關係。當縮短質塊尺寸與懸樑的長度，將有助於提升元件的頻率響應。但懸樑縮短會導致壓電轉換材料的尺寸變小而降低電性敏感度。

利用 ANSYS 模擬感測器敏感度與懸樑和質塊長度的變化關係如圖 9 所示，質塊長度與懸樑長度的改變對於反對稱模態的敏感度並無顯著的改變，而對於對稱與扭轉敏感度的影響趨勢相近，都是隨著長度增加而增加。島塊寬度的增加雖有助於敏感度的提升，但也增加了三軸加速度感測敏感度的差異。未來可運用最佳化的尺寸設計來增加三軸個別的敏感性，並減小三軸之間敏感性的差異並符合頻寬的需求。

5. 結論

本研究提出一個應用壓電薄膜配置連結的三軸向微加速度器。理論所推導的三軸向自然頻率與 FEM 模擬結果相符。感測器的敏感度及量測性能利用 FEM 模擬分析，其模擬結果證實適當的電極配置連結及機械結構令本設計可分別測出三軸向加速度且減少雜訊干擾。此外，文中亦探討尺寸參數對感測器敏感度和有效頻寬的影響以供設計參考。以上結果說明本設計之可行性及進行最佳化設計以提升性能之可行性。

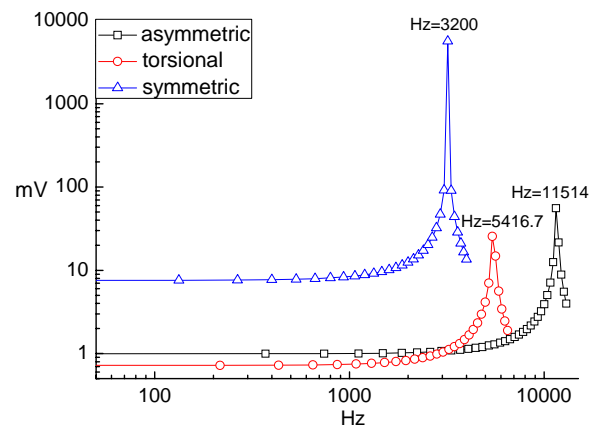
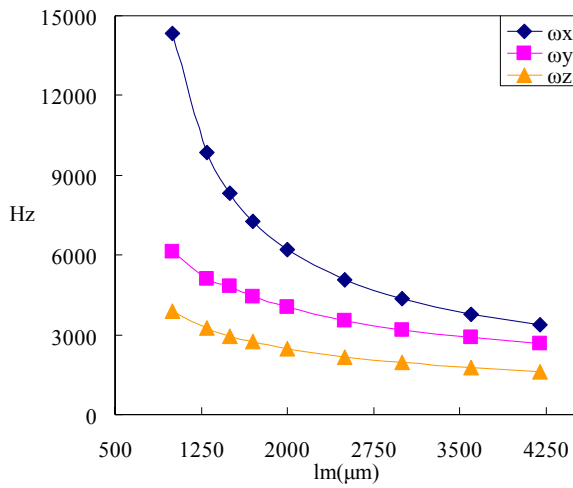
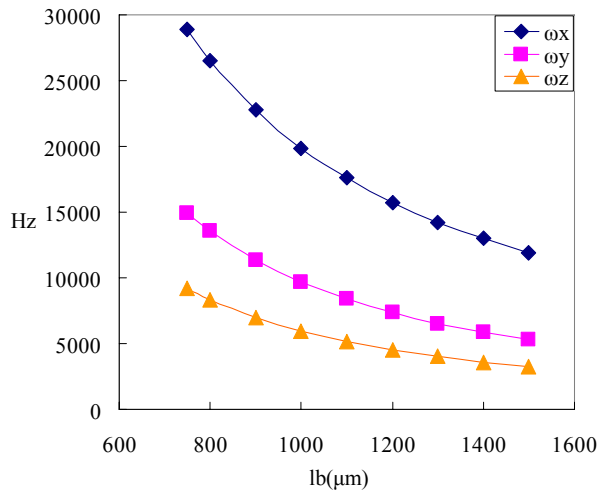


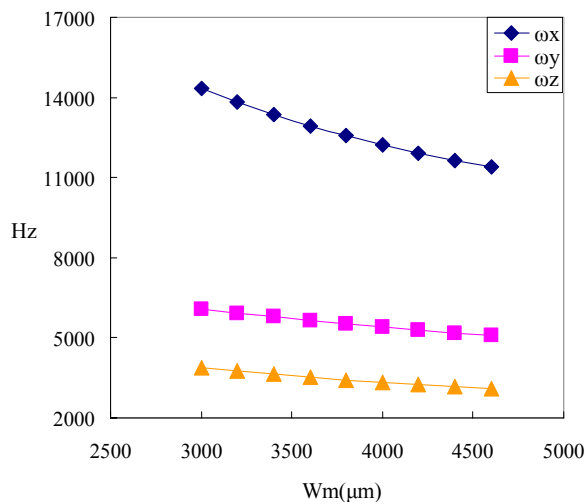
圖7 加速度計在三軸加速度之頻率響應



(a) $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ vs. l_m

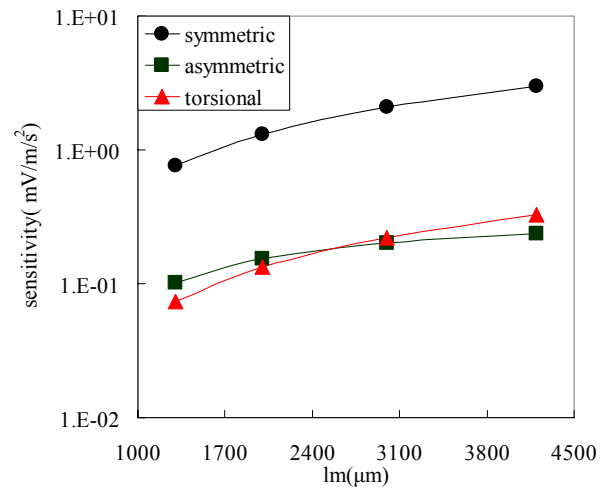


(b) $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ vs. l_b

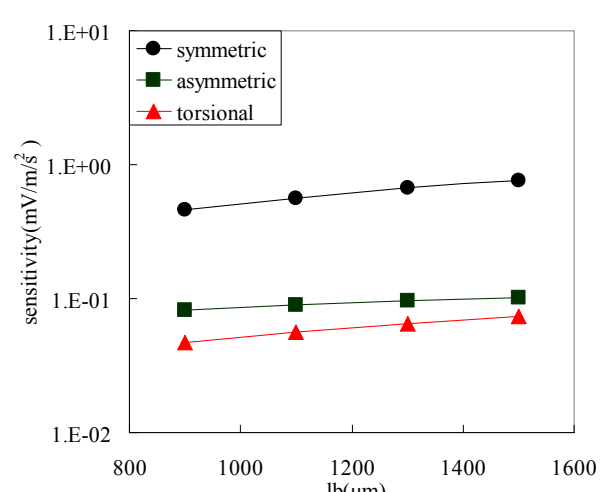


(c) $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ vs. W_m

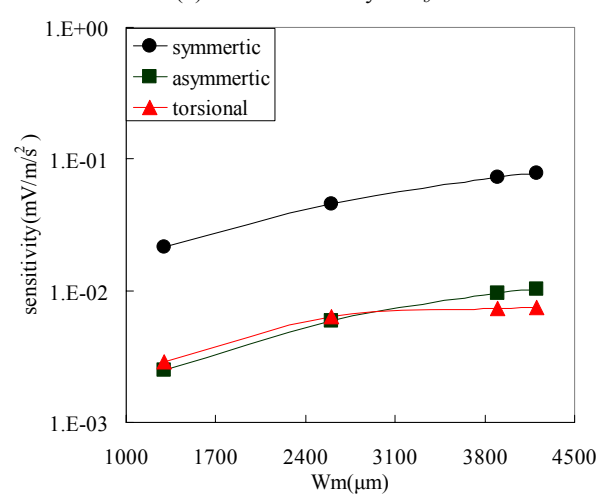
圖8 響應頻率 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 對於結構質量長 (l_m)、懸樑長 (l_b) 及質塊寬度 (W_m) 之關係



(a) Sensor sensitivity vs. l_m



(b) Sensor sensitivity vs. l_b



(c) Sensor sensitivity vs. W_m

圖9 感測器敏感度對於懸樑長度 l_b 與與震動質塊長度 l_m 之變化關係

6. 參考文獻

- [1] P.L. Chen, R.S. Muller, R.D. Jolly, G.L. Halac, R.M. White, A.P. Andrews, T.C. Lim, and M.E. Motamedi, Integrated silicon microbeam PI-FET accelerometer, IEEE Trans. Electron Devices, 1982; 29, 1: 27-33.
- [2] D. L. DeVoe and A. P. Pisano, A Fully Surface-Micromachined Piezoelectric Accelerometers, The 9th International Conference on Solid State Sensors and Actuators - Transducers'97, 1997; 2: 1205-1208
- [3] R.P. Van Kampen and R.F. Woffenbuttel, Modeling the mechanical behavior of bulk-micromachined silicon accelerometers. Sensors and actuators A, 1998; 64: 137-150
- [4] J. Yu and C. Lan, System modeling of microaccelerometer using piezoelectric thin films. Sensors and Actuators A, 2001; 88, 2: 178-186.
- [5] Q. Wang, Z. Yang, F. Li and P. Smolinski, Analysis of thin film piezoelectric microaccelerometer using analytical and finite element modeling. Sensors and Actuators A, 2004; 113, 1: 1-11.
- [6] K. Kunz, P. Enoksson and G. Stemme, Highly sensitive triaxial silicon accelerometer with integrated PZT thin film detectors. Sensors and actuators A, 2001; 92: 156-160.
- [7] M. Zhu, P. Kirby, and M.Y. Lim, Lagrange's formalism for modeling of a triaxial microaccelerometer with piezoelectric thin-film sensing, Sensors Journal, IEEE 2004; 4, 4: 455 - 463
- [8] 李幸峰, 壓電薄膜加速度微感測器元件相關製程之規劃與研究, 國立台灣科技大學機械工程系碩士學位論文, 2001。
- [9] 蕭志誠、余志成, “壓電薄膜微加速度計之製程分析與設計最佳化”, 第十九屆機械工程研討會論文集

Design and System Modeling of a Tri-Axial Microaccelerometer Using Piezoelectric Thin Films

Chiaokai Chang¹, Chungda Lee¹ and Jyh-Cheng Yu²

¹Mechanical and Automation Engineering Dept., I-Shou University

²Mechanical and Automation Engineering Dept., National Kaohsiung First University of Science and Technology

Abstract

This study presents the system modeling of a tri-axial microaccelerometer that consists of a quadri-beam suspension, a seismic mass, and displacement transducers using piezoelectric thin films. Both ends of the seismic mass are supported by two suspension beams. Therefore, the out-of-plane acceleration will result in a symmetric bend, and in-plane accelerations will produce asymmetric bend and torsion. The electrodes are configured and interconnected to measure one out-of-plane acceleration and two in-plane acceleration selectively. Resonant frequency and sensor sensitivities to triaxial acceleration are investigated using FEM analysis. Sensitivity study of major dimensional parameters are presented for sensor design.

Keywords: Microsensor, Piezoelectric Accelerometer, Tri-axial, Thin film