

以模糊類神經基因演算法進行設計最佳化

莊志勇¹ 余志成²

¹國立台灣科技大學機械工程系

²國立高雄第一科技大學機械與自動化工程系

摘要

實驗樣本的取樣數量多寡與經濟成本及時效性兩因素成正比。為了兼顧成本及縮短產出時程，於是僅能以少量的樣本進行最佳化設計，結果又不失其準確性。本文經由模糊類神經基因演算法(FUNGA)，以直交表配置規劃實驗，不僅可利用統計學的優點降低實驗的採樣數量，亦能使其較具代表性。再將此實驗組合作為倒傳遞類神經網路的訓練及測試樣本，進行響應曲面的模擬。但類神經網路的模擬誤差會隨著實驗樣本數量的減少而遞增。另一方面由網路模擬的特性可知模擬點離訓練樣本點越遠，其準確度越低；再者，訓練樣本中的外插點亦較內插點具有較差的準確度。為改善此一因素，我們提出模糊信賴度去修正類神經網路的模擬響應曲面，藉以限制基因演算法的每一階段搜尋範圍。隨後根據基因演算法所獲得的預測點與實際值間的誤差、離學習樣本點的遠近及進行判斷內外插設計，藉以作為放寬或緊縮基因演算法的搜尋邊界。以增進基因演算法於全域最佳參數搜尋的效率。文中利用典型的數值案例，成功的論證此方法適用於缺乏足夠實驗樣本點情況下的最佳化問題。
關鍵字：最佳化設計、模糊類神經基因演算法、信賴度、基因演算法

1. 前言

類神經網路的興起，解決系統需存在特定數學型態的限制。Wang 等人[1]提出以直交表上每一序列之元素加上其相對應之系統輸出的平均值與變異數，構成一組類神經網路訓練樣本，並結合網路的數學模型進行敏感度分析。Cios 等人[2]使用舊有的實驗資料作為倒傳遞類神經網路的訓練樣本，加以模擬系統輸出入關係，若當訓練樣本不夠或不具代表性時，再增加新的實驗資料來彌補其不足。再者，Sitarama 等人[3]利用直交表以全因子規劃之參數及輸出值模糊化，經過學習產生新的模糊規則庫，藉由模糊近似推論預測系統輸出，再以基因演算法配合權重計算，進行多目標全域最佳值搜尋。然而，從文獻中不難發現，若要使類神經網路全域模擬準確，往往需大量的增加實驗樣本點，相對將造成成本快速攀升及產出時程延長的不經濟。

過去業界通常以傳統試誤法進行參數設計，往往無法有系統及有效率的進行實驗規劃。田口玄一博士[4]提出利用實驗直交表進行參數設計，雖然可以有效

的降低實驗次數，但僅能預測因子水準點上的最佳參數，無法內插因子水準間的輸出。Loh 等人[5]利用響應曲面法，以二階多項式的模擬系統響應取代田口方法的加乘法模式。但由於必需事先設定系統的數學型態，對於複雜及系統模式不明時較不具彈性。

本文提出模糊類神經基因演算法，藉以解決在成本及產出時程受限情況下，有效的以直交表進行規劃全新產品研發實驗。雖然因此減少了實驗的樣本數，卻使得類神經網路模擬誤差增加，進而影響基因演算法全域搜尋的效率。於是，再利用模糊規則與歸屬函數進行推論獲取信賴度值，藉以調整基因演算法的搜尋範圍，間接修正類神經網路的模擬響應曲面，以提升基因演算於最佳化搜尋過程的準確度。

2. FUNGA 最佳化策略

模糊類神經基因演算法 (FUZZY Neural Network with Genetic Algorithms, FUNGA)最佳化策略[6]之主要特色，在於僅需少量的實驗樣本點作為類神經網路的訓練與測試樣本，卻將因此造成網路模擬誤差的增加，間接影響基因演算法進行全域最佳參數設計。為解決此一棘手的問題，利用模糊集合理論，藉以設定模糊規則 (Fuzzy Rule)、外插距離 (Extrapolation Distance, ED)及信賴度 (Reliability)歸屬函數。經過模糊推論後，方可獲得信賴度作為進行修正類神經網路模擬曲面的依據，藉以改善類神經網路學習樣本不足時所帶來的不準確性，以增進基因演算法於全域搜尋的效率。圖 1 為模糊類神經基因演算法流程圖。各結合方法之基本概念，理論及優劣，將分述如下各節。

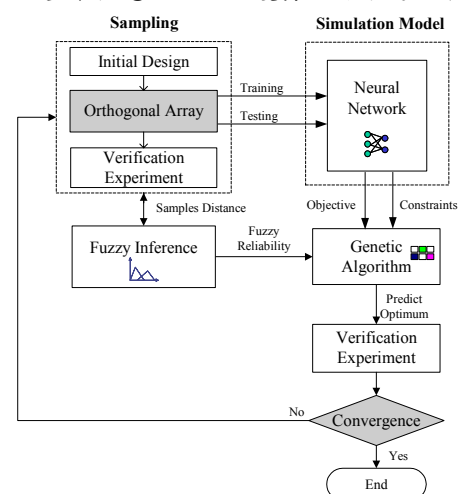


圖 1 模糊類神經基因演算法流程圖

2.1 初始設計範圍訂定

實際工程設計問題通常會根據實際材料基本性質之限制，訂定一合理的設計區間。對於全新規劃實驗，因成本及時效性的考量無法選取大量樣本點時，若直接於此區間內直接進行實驗規劃，將因範圍過大而造成未來類神經網路模擬準確度上莫大的問題。於是，先於合理區間內切割一較小區域作為初始設計範圍，再依據每一迭代各參數新產生的極大極小值進行動態調整設計邊界。

2.2 初始採樣

產品設計通常考量到成本及時效兩大因素，所以只能進行少量的實驗採樣。因此，為使樣本在降低實驗次數的情況下不失其代表性，於是採用直交表進行樣本取樣。直交表(Orthogonal Array)是法國數學家 Jacques Hadamard 於 1987 年提出。其理論主要是利用統計學的方式，去設計不同的實驗規劃，即將全因子實驗以部份因子實驗取代。如此不僅大大降低實驗次數，更能使其較具代表性。因此，我們利用 2 水準點的直交表設計類神經網路的測試樣本；及以 3 水準點直交表規劃類神經網路的訓練樣本。

2.3 倒傳遞類神經網路

倒傳遞類神經網路(Back-propagation Neural Networks, BPNNs)屬於監督式學習網路，所以需要經過樣本的參數訓練與實際目標值的學習過程，藉以提升網路的模擬預測能力。可是工程設計卻往往為了降低成本及縮短產出時程，故只能以較少量的實驗樣本作為設計的參考。於是，我們考慮了上述的因素，運用直交表的特性進行規劃類神經網路所需的訓練與測試實驗樣本，藉以模擬響應曲面。隨後提供作為基因演算法進行直接全域搜尋，以降低傳統單純使用基因演算法進行最佳化設計需要大量的世代演算，及所造成實驗成本與時間的大幅度增加。因此，配合前面提及的模糊局部類神經網路所模擬的響應曲面進行搜尋，將可大大降低實驗所需時間與經濟成本之耗費。

3. 樣本外插距離與內外插判斷準則

然而，網路的訓練過程需要大量的訓練樣本為基，方能有效的降低整體網路的預測與實際值間的誤差。再者，類神經網路的模擬曲面準確度亦會受以下兩點的影響：①模擬點離學習樣本點越近，會有較高的預測準確度；②模擬點若在設計範圍內為內插設計，也會有較高的預測準確度。因此，我們將利用本節定義樣本的外插距離及內外插設計的判斷準則，再結合下一節所介紹的模糊規則及歸屬函數的設定進行模糊推論，獲得信賴度修正類神經網路模擬曲面的預測值，進而間接調整基因演算法的搜尋邊界，以提升其全域搜尋效率。

3.1 參數正規化

參數正規化主要在於考量各變數間的尺度問題(Scaling Problem)，避免計算結果受少數數值較大的參數所影響，如(1)式。

$$z_{kl} = \frac{\left(x_{kl} - \frac{(\max(x_k) + \min(x_k))}{2} \right)}{\left(\frac{(\max(x_k) - \min(x_k))}{2} \right)} \quad (1)$$

3.2 樣本外插距離

計算類神經網路所獲得的預測點與訓練樣本點間之平均歐氏距離(Mean Euclid Distance)；如式(2)，其中 n 表示有 n 個變數或維度。

$$r_{ij} = \left[\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (P_{ik} - S_{jk})^2 \right]^{0.5} \quad (2)$$

當預測點離訓練樣本點越近，其準確度相對會較高，因此計算預測點與各訓練樣本點之平均歐氏距離後，採用最短的平均歐氏距離作為輸出預測信賴度的判斷準則，如式(3)。Yu 等人[6]將此一最小平均歐氏距離稱為外插距離(Extrapolation Distance)，如圖 2 中預測點 D_2 與初始樣本 S_1 距離為 r_{21} 、與初始樣本 S_3 距離為 r_{23} ，則預測點 D_2 的外插距離表示為 $ED_2 = r_{23}$ 。

$$ED_i = \min(r_{ij}) \quad (3)$$

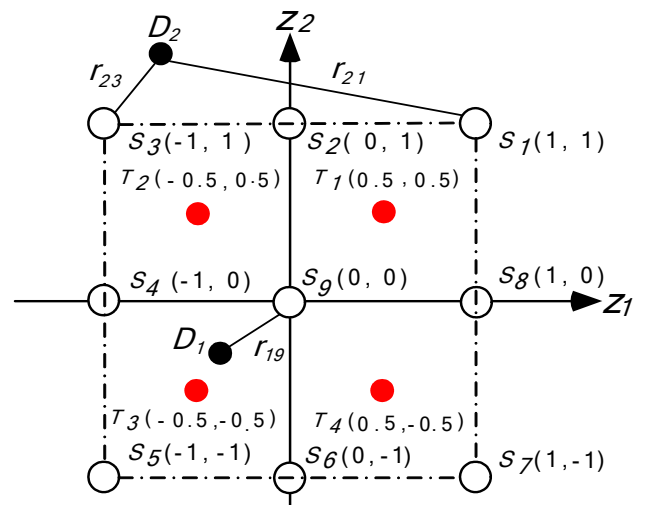


圖 2 類神經網路預測點的外插距離示意圖

3.3 樣本內外插判斷準則

類神經網路於樣本空間內插模擬的準確度會較高。因此本文定義能將所有樣本點包圍起來的最小凸多邊體(Convex Hyper Polyhedron)為學習樣本包圍空間(Learning Sampling Enclosure Space, LSES)，藉以作為預測點相對於網路模型為內插或外插的判讀。假若該預測點為內插設計，則外插距離將以負值(-)表示；反之，若為外插設計則外插距離以正值(+)表示。

學習樣本包圍空間的判斷方式，主要係從學習樣本點 (m 點) 中取不共面的 n 點代入公式(4)，求出一組 n 維的超平面方程式，反覆此方式至總組合數 C_n^m 次，方可找出所有學習樣本點的超平面方程式。然後將 m 差集 n 所得的學習樣本點，依序代入每一組 n 點所組成的通式(5)中計算函數值，若某一個超平面的函數值皆同時大於等於或小於等於零，則代表該平面為組成學習樣本包圍空間的邊界面。在反覆檢驗所有的超平面之後，可將 LSES 的包圍超平面全部找出來。

$$x_n + \sum_{j=1}^{n-1} a_{ij} x_j - c_i = 0 \quad (4)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$f_j(X) = x_n + \sum_{k=1}^{n-1} a_{jk} x_k - c_j \quad (5)$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, m-n$$

對於任一預測點而言，若將該點依序代入 LSES 的包圍超平面，若對每一個包圍超平面，其式(5)的函數值為零或與任一學習樣本點代入該式所得數值同號時，則代表該點為 LSES 的內插點，否則該點則位於 LSES 之外，判斷為外插點。

以圖 2 平面設計問題為例，首先從初始的 9 個 ($S_1 \sim S_9$) 學習樣本點中任取 2 點代入公式(4)，進行計算可求得直線方程式，再將剩餘的 7 點代入式(5)求取函數值，若此值皆同時大於等於或小於等於零，則表示此直線為學習樣本包圍空間的邊界面；反之則否。反覆依此方式計算 36 次後，方可找到 4 條最外層的包絡直線，這四條邊界面所包圍的區間即為 LSES。將預測點 D_1 與任一學習樣本點分別代入這邊界面直線方程式，若每一邊界面所獲得的函數值存在相同的正負號，稱該預測點 D_1 為內插設計，此例以 ($ED_1 = -r_{19}$) 表示；反之，預測點 D_2 依上述方式計算可知，其中 $S_1 S_3$ 直線代入任一不共線學習樣本點存在相異正負號，則稱該預測點 D_2 為外插設計，此例中 ($ED_2 = +r_{23}$)。

4. 歸屬函數設定與模糊規則

對於多遠的外插距離該給多少的信賴度是屬於模糊性的概念。本文將依兩個準則訂定模糊規則與歸屬函數，一為預測點與學習樣本點的外插距離越遠給予較低的信賴度；另一則為預測點屬於外插設計時，相對亦給予較內插設計低的信賴度。文中所有的歸屬函數係利用典型的三角形及梯形函數表示。

4.1 歸屬函數設定

外插距離歸屬函數的設定，如圖 3 所示。每一語意述詞的設定數值，係以正規化參數空間隨機採樣計算獲得外插距離平均值約在 0.7，而最大值約在 1.4。

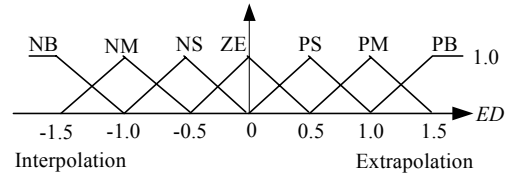


圖 3 外插距離歸屬函數

初始信賴度的歸屬函數，係將全集合對應到 [0,1] 區間，其設定依信賴度高低分為 5 個等級，如圖 4 所示。

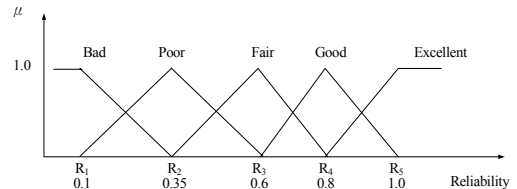


圖 4 初始信賴度歸屬函數

4.2 信賴度與模糊規則

為了改善最佳化方法的搜尋效率及漸進收斂程度，本文於是提出自我學習信賴度法 (Self-Learning Reliability Method, SLRM)。此方法係隨著每一迭代過程中所預測之新的設計參數誤差程度及內外插進行動態調整信賴度值。

SLRM 之信賴度調整參數 R_i^a ，定義如下：

R_i ：表示為第 i 個等級之初始信賴度， $i = 1, 2, 3, \dots, 5$ ，如圖 4 所示；

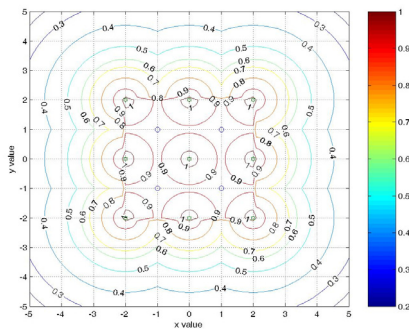
a ：表示為修正後次方數，初始值設 $a = 1$

然後，進一步根據上述所提及的 7 個外插距離，搭配 5 個不同等級的初始信賴度歸屬函數語意述詞，設定 7 條模糊規則，如表 1 所示。最後經由模糊推論與解模糊化後，方能計算出該預測點的信賴度。圖 5 以一二維設計問題為例，利用上述方式所推論獲得的不同信賴度等高線圖。圖中 4 個圓形點為測試樣本點；9 個星形點為訓練樣本點。越接近訓練樣本點的信賴度越高，代表類神經網路在該處的模擬預測值準確度較高。其餘的點則依據不同的信賴度值加以修正其預測值。

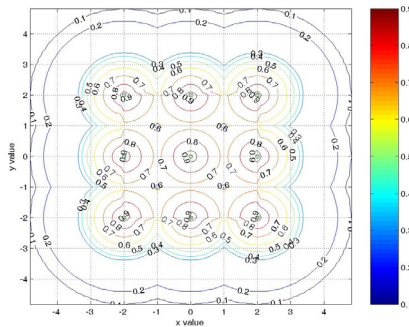
若設計參數與樣本點外插距離越近，且預測值與實驗值誤差越小時，則下一迭代的 a 值相較於前一代之 a 值會遞減，相對信賴度將會被放寬，間接表示基因演算法的搜尋範圍將逐漸擴大，如圖 5(a) 及 5(c) 可知；反之，若設計參數與樣本點外插距離越遠，其預測值與實驗值誤差越大時，則下一迭代的 a 值相較於前一代之 a 值會遞增，相對會緊縮信賴度，間接表示基因演算法的搜尋範圍逐步縮小，如圖 5(a) 及 5(b) 可知。所以，對於整體而言利用此法將使基因演算法於搜尋過程中，逐漸往最佳值區域接近，方不致於受類神經網路於外插模擬誤差過大的影響，進而造成迭代過程發散。

表 1 模糊規則

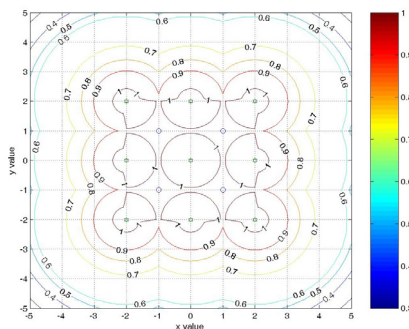
編號	模糊規則
R1	IF RD is [PB] THEN prediction reliability is [Bad]
R2	IF RD is [PM] THEN prediction reliability is [Poor]
R3	IF RD is [PS] THEN prediction reliability is [Fair]
R4	IF RD is [ZE] THEN prediction reliability is [Excellent]
R5	IF RD is [NS] THEN prediction reliability is [Good]
R6	IF RD is [NM] THEN prediction reliability is [Fair]
R7	IF RD is [NB] THEN prediction reliability is [Poor]



(a) 修正後次方數 $a=1$ ，表示 GA 初始搜尋範圍



(b) 修正後次方數 $a=3$ ，表示 GA 搜尋範圍緊縮



(c) 修正後次方數 $a=0.4$ ，表示 GA 搜尋範圍放寬
圖 5 預測點與樣本點間距離之信賴度等高線圖

4.3 適應函數

基因演算法的運算需先決定初始族群，然後利用二進位字串編碼，再經由選擇、交配及突變過程獲得

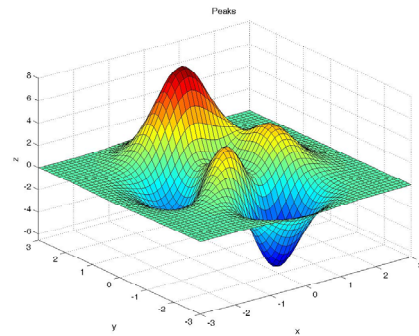
一組新的染色體，最後解碼計算出適應函數值(Fitness Function)。再依據預測點距離學習樣本點之遠近及內外插，利用推論所得之信賴度(Fitness Reliability, FR)加以修正適應函數值。

另者，同時需將此組設計組合進行實驗驗證，若適應函數值與實驗值誤差大於容許誤差時，則將此設計參數加入訓練樣本，再重複上述幾節之步驟，直至預測之適應函數值與實驗值誤差收斂為止，即獲得一組最佳參數設計組合。

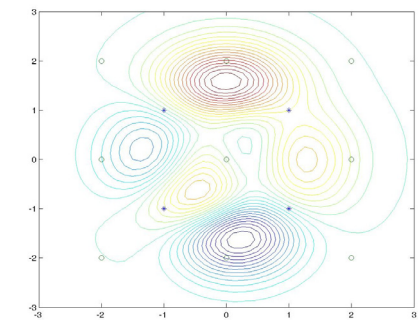
5. 典型數值案例分析

利用 Chen 等人[7]於 1998 年所發表論文中之 Peaks 函數，如式(6)所示；作為研究分析討論的對象。此函數為一雙變數之三維空間圖形，如圖 6(a)所示；主要包含三個局部極大值及三個局部極小值，其極值分佈等高線，如圖 6(b)所示。應用本文所提出之模糊類神經基因演算法於 $x, y \in [-\infty, +\infty]$ ，進行全域極大值之搜尋。

$$z = 3(1-x)^2 e^{-x^2-(y+1)^2} - 10\left(\frac{x}{5} - x^3 - y^5\right)e^{-x^2-y^2} - \frac{1}{3}e^{-(x+1)^2-y^2} \quad (6)$$



(a)



(b)

圖 6 Peaks 函數(a)三維空間分佈圖；(b)等高線圖

5.1 初始樣本取樣

初始設計範圍的訂定，通常可能產生兩種不同的情形：①最佳值落於範圍內；②最佳值落於範圍外。不同的情況將會造成最佳化策略，反覆迭代收斂速度及最佳值結果的影響。因此，文中將對此不同的設計做進一步的分析討論。第一組選取 $x, y \in [-2, +2]$ 為初始設計範圍，以 3 水準 L9 直交表進行實驗規劃，

作為訓練樣本，如圖 6(b)中 9 個星形點所示；選取 $x, y \in [-1, +1]$ 範圍，以 2 水準 L4 直交表進行實驗規劃，作為測試樣本，如圖 6(b)中 4 個圓形點所示。第二組則選取 $x, y \in [+3, +5]$ 為初始訓練範圍，選取 $x, y \in [+3.5, +4.5]$ 為初始測試範圍。

5.2 系統參數設定

將測試與訓練樣本結合成一組類神經網路的輸入參數。然後批次輸入倒傳遞類神經網路進行響應曲面模擬，當學習誤差達預先設定之均方誤差(Mean Square Error)或最大學習循環數時，即完成響應曲面模擬學習。類神經網路主要參數設定，如表 2 所示。

表 2 倒傳遞類神經網路主要參數設定

隱藏層神經元個數	學習率	遞減學習率	遞增學習率	均方誤差
7	0.50	0.90	1.15	10^{-3}

我們以直交表所規劃的實驗，作為基因演算法的初始族群，以減少進行實驗的耗費。然後，經由選擇保留每一階段的優良基因，進行下一階段的交配及突變過程，進而不斷的產生新的子代，並計算適應函數值，當前後三世代的適應函數值相差小於容許誤差時，方獲得一組全域最佳參數設計組合。

將此組合代入式(6)進行新的實驗獲得實驗值，若前三次迭代的實驗值相差量及這三次最佳值的距離誤差皆需小於設計者所定的容許誤差或已達到設計者所設定的迭代次數時，此時所獲得之設計參數即為最佳設計。反之，若實驗值相差未達容許誤差，則將其加入倒傳遞類神經網路的訓練樣本點，進行下一階段的設計流程。其中取三次最佳值的距離誤差需小於設計者所定的容許誤差的原因，在於當獲得最佳值時這些點必需落在彼此附近方能表示真正收斂；否則，若不訂定此收斂標準最佳點有可能分處不同位置，且尚未達到真正的最佳設計，程式將誤以為已找到而停止。基因演算法之參數設定，如表 3 所示。

表 3 基因演算法之參數設定

容許誤差	交配率	突變率	最大世代數
0.05	0.80	0.01	300

5.5 結果比較與討論

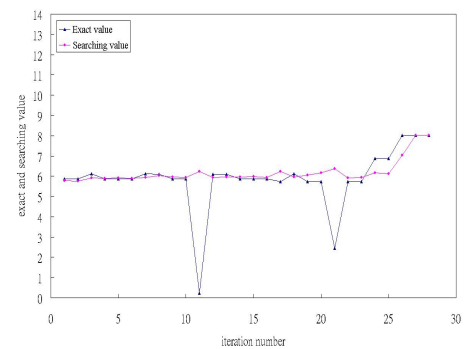
針對模糊類神經基因演算法(FUNGA)及單純結合類神經網路與基因演算法(NNGA)應用於最佳值是否落在初始設計範圍，做進一步的分析比較。從圖 7(b)、圖 8(b)及表 4 可獲知，類神經基因演算法不論最佳值是否落入初始設計範圍，雖然過程中亦有找到最佳值，但收斂過程皆會形成劇烈的震盪而後發散。主因係倒傳遞類神經網路外插區域模擬誤差往往較大之故，使得基因演算法進行全域搜尋時誤以為找到最佳值，而不斷快速擴大設計範圍。為解決此一問題，本文提出超幾何凸多邊形及自我學習信賴度法，

依搜尋結果逐步調整信賴度值，藉由不斷的反覆迭代過程，使其實驗值與預測值漸漸收斂於一最佳值。

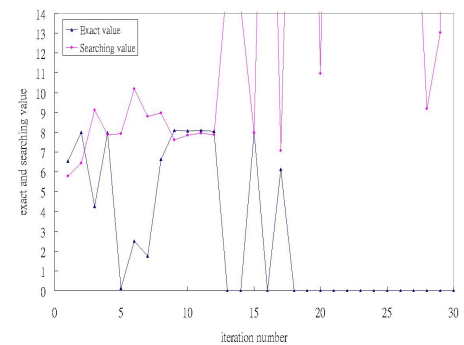
雖然從表 4 中可看到 NNGA 所找到的最佳值都較 FUNGA 來的好，但結合圖 7 及圖 8 可知 NNGA 所獲得的收斂圖形卻皆震盪而後發散，以致最後程式並無法獲知其就是最佳值。最後從圖 7(a)、圖 8(a)及表 4 可清楚看到，利用本文所提出的模糊類神經基因演算法，無論初始設計範圍如何選定，皆可獲得一相對較穩定的最佳化設計結果。

表 4 FUNGA 與傳統 NNGA 最佳化結果

編號	理論值	最佳值	誤差 (%)
FUNGA 7(a)	8.11	8.02	1.11
NNGA 7(b)	8.11	8.10	0.03
FUNGA 8(a)	8.11	7.99	1.42
NNGA 8(b)	8.11	8.10	0.11

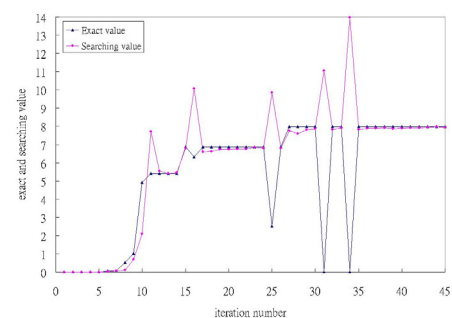


(a) 模糊類神經基因演算法(FUNGA)



(b) 類神經基因演算法(NNGA)

圖 7 最佳值落在初始設計範圍之最佳化迭代收斂過程比較



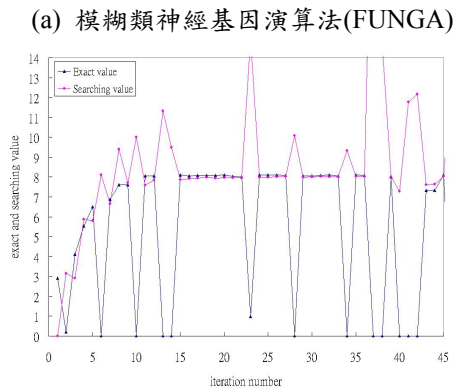


圖 8 最佳值未落在初始設計範圍之最佳化迭代收斂過程比較

6. 結論

為了解決類神經網路在實驗樣本點不足，所造成模擬響應曲面誤差過大的情況。文中以超幾何凸多邊形理論作為判斷內外插設計，依預測點外插距離遠近，以模糊規則及歸屬函數進行推論，經由解模糊化獲取信賴度，修正預測值。當修正後的預測值與實驗值誤差過大時，再以自我學習信賴度法做動態適度的緊縮或放寬基因演算法的搜尋邊界。

綜合這些理論，本文利用模糊類神經基因演算法(FUNGA)作為改善傳統類神經基因演算法(NNGA)的最佳化策略。經過上述一連串的論述與實驗，成功的將此方法應用在產品成本及生產時程受限，而無法獲取大量實驗樣本點的最佳化設計問題。

參考文獻

- 1 · G. J. Wang, J. C. Tsai, P. C. Tseng and T. C. Chen, "Neural Taguchi Method for Robust Design Analysis", Journal of the Chinese Society of Mechanical Engineers, Vol. 19. No. 2, 223-230, 1998.
- 2 · K. J. Cios, G. Y. Baakliini and A. Vary, "Soft Computing in Design and Manufacturing of Advanced Materials", Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 177, 161-165, 1995.
- 3 · P. Sitarama Chakravarthy and N. Ramesh Babu, "A New Approach for Selection of Optimal Process Parameters in Abrasive Water Jet Cutting", Materials and Manufacturing Processes, Vol. 14, No. 4, 581-600, 1999.
- 4 · G. Taguchi, "Performance Analysis Design", International Journal of Production Research, 16, 521-530, 1978.
- 5 · N. H. Loh, S. C. Tam and S. Miyazawa, "Use of Response Surface Methodology to Optimize the Finish in Ball Burnishing", Vol. 12, 101-105, 1990.
- 6 · J. Yu, X. Chen, T.R. Hung and F. Thibault, "Optimization of Extrusion Blow Molding Processes Using Soft Computing and Taguchi Method", Journal of Intelligent Manufacturing, 15, 625-634, 2004.

- 7 · J. Chen, D. S. H. Wong, S. S. Jang and S. L. Yang, "Product and Process Development Using Artificial Neural-Network Model and Information Analysis", Journal of the AIChE, Vol. 44, No. 4, 876-887, April 1998.

Design Optimization Using Fuzzy Neural Networks and Genetic Algorithms

Jyh-Yeong Juang¹, Jyh-Cheng Yu²

¹ Department of Mechanical Engineering, National Taiwan University of Science and Technology

² Department of Mechanical and Automation Engineering, National Kaohsiung First University of Science and Technology

Abstract

The optimization cost is the number of experimental samples. For economic reasons, we would like to reduce the number of samples for optimal design. The fuzzy-neural network with genetic algorithms (FUNGA) is used for optimization search. The sampling scheme adopts orthogonal arrays to reduce the number of sample. Two experimental arrays are used as the training and testing samples to obtain the response surface. But the experimental samples decrease the model accuracy due to less number of experiments. For the characteristics of simulated network, the prediction precision would be worse if the simulated points are farther away from the training samples. Furthermore, the precision of extrapolation points is worse than that of interpolation points. In order to incorporate the network characteristics, this study applies the fuzzy reliability to restrict the searching domain of GA. The restricting scheme is dynamically adjusted from the prediction errors. The searching domain will be expanded if the prediction errors are small and will be farther restricted if the errors are large to improve searching efficiency. The application of a benchmark numerical example that proposed methodology is effective and to robust the optimization problems with limited number of initial samples.

Keywords: Optimal Design, Fuzzy-Neural Network with Genetic Algorithms (FUNGA), Reliability, Genetic Algorithms